

ФЕДЕРАЛЬНОЕ ГОСУДАРСТВЕННОЕ БЮДЖЕТНОЕ УЧРЕЖДЕНИЕ НАУКИ  
ФЕДЕРАЛЬНЫЙ ИССЛЕДОВАТЕЛЬСКИЙ ЦЕНТР  
«МОРСКОЙ ГИДРОФИЗИЧЕСКИЙ ИНСТИТУТ РАН»

*На правах рукописи*

**Пиваев Павел Дмитриевич**

**РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ПРОХОЖДЕНИЕ  
ТРОПИЧЕСКИХ ЦИКЛОНОВ ПО ДАННЫМ  
СПУТНИКОВЫХ НАБЛЮДЕНИЙ И  
МОДЕЛИРОВАНИЯ**

Специальность 1.6.17. Океанология

Диссертация на соискание учёной степени  
кандидата физико-математических наук

Научный руководитель:  
доктор физико-математических наук  
**Кудрявцев Владимир Николаевич**

Севастополь — 2025

## СОДЕРЖАНИЕ

ВВЕДЕНИЕ . . . . .		5
 РАЗДЕЛ 1. РЕАКЦИЯ УРОВНЯ ОКЕАНА НА ТЦ . . . . .		16
1.1	Модель баротропных и бароклиновых движений океана . . . . .	16
1.1.1	Общая постановка задачи . . . . .	16
1.1.2	Приближение трёхслойного океана . . . . .	24
1.2	Данные о циклонах и состоянии океана . . . . .	27
1.2.1	Данные о ТЦ . . . . .	27
1.2.2	Данные о состоянии океана . . . . .	30
1.2.3	Модель ветра в ТЦ и определение его пространственного масштаба . . . . .	31
1.3	Применение модели к анализу аномалий ВПО . . . . .	37
1.3.1	Исследования аномалий ВПО в следах ТЦ . . . . .	37
1.3.2	Пример расчёта бароклиновой и баротропной аномалии ВПО в следе ТЦ . . . . .	40
1.3.3	Моделирование аномалий ВПО в следах реальных ТЦ . .	46
1.4	Выводы к Разделу 1 . . . . .	54
 РАЗДЕЛ 2. ПРОЯВЛЕНИЕ ТЦ В ДОПЛЕРОВСКОЙ СКОРОСТИ ОКЕАНА . . . . .		55
2.1	Течения, генерируемые ТЦ, и проблема их наблюдения из космоса	55
2.2	Модель ТС-DOP . . . . .	56
2.2.1	Радиофизическая модель доплеровской скорости . . . . .	56
2.2.2	Модель ветра . . . . .	58
2.2.3	Модель волнения . . . . .	59
2.2.4	Модель скорости поверхностного течения . . . . .	60
2.2.5	Фоновые крупномасштабные течения . . . . .	61
2.3	Результаты расчётов доплеровских скоростей в ТЦ . . . . .	62
2.3.1	Идеализированные условия . . . . .	62
2.3.2	Реальные условия . . . . .	68
2.4	Выводы к Разделу 2 . . . . .	74
 РАЗДЕЛ 3. ТЕРМИЧЕСКАЯ РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ТЦ: НАБЛЮДЕНИЯ . . . . .		75

3.1	Описание термической реакции . . . . .	75
3.1.1	Проявление ТЦ в поле температуры океана . . . . .	75
3.1.2	Трёхмерная трансформация поля температуры бароклиническими модами . . . . .	76
3.1.3	Температура ПС . . . . .	78
3.2	Аномалии ТПО и толщина ПС по спутниковым данным . . . . .	82
3.2.1	Определение аномалий ТПО в следах ТЦ . . . . .	82
3.2.2	Метод оценки толщины ПС по аномалиям ТПО . . . . .	87
3.2.3	Осреднение параметров и отбор положений ТЦ . . . . .	91
3.3	Предварительный анализ аномалий ТПО и толщины ПС в следах ТЦ . . . . .	92
3.3.1	Случаи ТЦ Jimena и Teddy . . . . .	92
3.3.2	Общие зависимости аномалий ТПО от характеристик ТЦ и стратификации океана . . . . .	95
3.4	Выводы к Разделу 3 . . . . .	96
<b>РАЗДЕЛ 4. ТЕРМИЧЕСКАЯ РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ТЦ:</b>		
<b>МОДЕЛИРОВАНИЕ . . . . .</b>		98
4.1	Теория подобия для толщины ПС . . . . .	98
4.1.1	Основные параметры . . . . .	98
4.1.2	Поток массы в ПС под ТЦ . . . . .	100
4.1.3	Влияние апвеллинга на оценку толщины ПС . . . . .	104
4.1.4	Автомодельность потока массы в ПС . . . . .	107
4.2	Верификация модели толщины ПС . . . . .	112
4.2.1	Автомодельность по скорости ТЦ . . . . .	112
4.2.2	Влияние апвеллинга на толщину ПС по спутниковым данным . . . . .	115
4.2.3	Влияние радиационного трения и оценка констант . . . . .	117
4.3	Применение модели толщины ПС для расчёта аномалии ТПО . . . . .	121
4.3.1	Валидация модели толщины ПС на спутниковых данных о ТПО . . . . .	121
4.3.2	Сравнение модели толщины ПС и аномалии ТПО с моделями из других работ . . . . .	124
4.4	Обобщение результатов в трёхмерной модели реакции океана . . . . .	128
4.4.1	Основы обобщения . . . . .	128

4.4.2	Толщина ПС . . . . .	130
4.4.3	Поток массы в ПС . . . . .	132
4.4.4	Пример модельного расчёта . . . . .	135
4.4.5	Определение параметров модели по данным измерений аномалий ТПО . . . . .	137
4.4.6	Ситуационное моделирование термической реакции океана на прохождение ТЦ . . . . .	143
4.4.7	Ограничения модели . . . . .	149
4.5	Выводы к Разделу 4 . . . . .	151
ЗАКЛЮЧЕНИЕ . . . . .		153
СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ . . . . .		155
СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ . . . . .		156
ПРИЛОЖЕНИЕ А. Выражения для коэффициентов в собственных функциях вертикальной скорости для трёхслойной модели . . . . .		175
ПРИЛОЖЕНИЕ Б. Сравнение аналитических и численных вертикальных мод . . . . .		176
ПРИЛОЖЕНИЕ В. Влияние апвеллинга на оценку толщины ПС и частоты плавучести . . . . .		178

## ВВЕДЕНИЕ

### **Актуальность темы исследования и степень ее разработанности**

Тропические циклоны (далее ТЦ; они же тайфуны и ураганы), распространяющиеся над океанами, представляют собой мезомасштабное атмосферное явление экстремальной интенсивности. Прогнозирование эволюции циклонов является востребованной задачей для своевременного предупреждения опасных природных явлений в прибрежной зоне (большие волны, шквалы, штормовые нагоны), а также обеспечения безопасности судоходства и работ в море.

В процессе зарождения и развития циклона над поверхностью океана в системе ТЦ-оcean существует как положительная, так и отрицательная обратная связь. Скорость испарения и связанный с ним поток поток энталпии растут по мере усиления ТЦ, способствуя дальнейшему развитию урагана [1]. Однако, по мере усиления ТЦ, потоки импульса от ветра к волнам и поверхностным течениям нарастают, что вызывают усиление турбулентного перемешивания в океане, под действием которого поверхность океана значительно охлаждается. Возникающее понижение температуры поверхности океана (ТПО), приводит к уменьшению потока энталпии из океана в атмосферу, которое может замедлить или даже подавить развитие урагана [2, 3]. Аналитическое и эмпирическое выражения для потенциальной интенсивности ТЦ [4, 5], отражающие влияние этой отрицательно обратной связи, нередко используются в исследованиях взаимодействия океана и циклона [6–10].

Важность влияния охлаждения океана на траекторию и скорость ветра в ТЦ была многократно продемонстрирована совместным (coupled) численным моделированием океана и атмосферы. Например, из [11, 12] следует, что при учёте охлаждения поверхности океана, вызванного влиянием ТЦ, ураган развивается медленнее, а скорости ветра в нём оказываются слабее, чем в моделях, не учитывающих этот эффект. Взаимодействие океанов с ТЦ может также иметь крупномасштабные последствия, которые выражаются, например, в особенностях пространственного распределения и числе ТЦ [13, 14], интенсивности океанских круговоротов и меридионального переноса тепла в океане [15, 16].

Реакция океана на прохождение ТЦ состоит из широкого спектра явлений, имеющих разные пространственные и временные масштабы. На самых мелких масштабах в океане создаётся и развивается интенсивная турбулентность,

сосредоточенная в верхнем перемешанной слое. Турублентность генерируется в результате обрушения ветровых волн и неустойчивости интенсивных сдвиговых дрейфовых течений, создаваемых ТЦ (см., например, [17, 18]). Также ТЦ создают высокие ветровые волны в Мировом океане [19], которые впоследствии излучаются из области шторма и слабо затухают в форме зыби [20]. Под воздействием мезомасштабных возмущений полей атмосферного давления и ветровых напряжений характерных для ТЦ в океане происходит геострофическое приспособление полей скорости и давления (см., например, [21]). Приспособление сопровождается излучением инерционно-гравитационных поверхностных и внутренних волн [22–25]. Завихренность ветровых напряжений, связанная с ТЦ, генерирует в верхнем слое океана сильно дивергентные течения, которые создают интенсивный апвеллинг через механизм экмановской накачки [26, 27]. После прохождения ТЦ происходит релаксация возмущений полей океана посредством излучения планетарных волн [28]. Хорошие обзоры процессов и явлений, возникающих в океане под воздействием ТЦ, можно найти в работах [11, 29, 30].

Одним из инструментов исследования особенностей реакции океана на ТЦ является анализ данных наблюдений. Данные контактных измерений, к которым главным образом относятся измерения буйев Argo, дрифтеров и буйковых станций, дают подробную информацию о локальной реакции океана на прохождение индивидуальных ТЦ [31–37]. Однако, из-за малой плотности наблюдательной сети натурные наблюдения, как правило, осложняют (но не исключают [38–40]) исследование интенсивности и пространственных характеристик полей океана, эволюционирующих под влиянием ТЦ. Данные дистанционных измерений, имеющие гораздо больший пространственный охват, позволяют более полно исследовать вызванные ТЦ изменения состояния океана, которые проявляются на его поверхности. К таким данным, в первую очередь, относятся спутниковые измерения ТПО микроволновыми и инфракрасными радиометрами, измерения высоты поверхности океана (ВПО) спутниковыми альтиметрами, а также измерения доплеровских характеристик морской поверхности. Несмотря на немалое количество работ по анализу аномалий ТПО, которые основаны на обработке большого количества данных о температуре поверхности в следах разных ТЦ [41–51], в них как правило анализируются простые зависимости аномалии ТПО от параметров ТЦ и стратификации океана, которые дают слишком упрощённое представление о физических ме-

ханизмах, определяющих охлаждение поверхности океана. По этим причинам, более подробный анализ данных об охлаждении поверхности океана остаётся актуальным.

Помимо анализа данных наблюдений, ключевым инструментом для понимания особенностей и механизмов формирования реакции океана на прохождение ТЦ является численное моделирование. В то время как полные численные модели океана могут обеспечить детальное диагностическое и прогностическое моделирование эволюции океана под воздействием ТЦ ([52–54] и др.), их вычислительная стоимость и сложность, связанная с нелинейностью и взаимодействием моделируемых геофизических полей, часто являются препятствием для их применения в исследовательских задачах, среди которых можно выделить быструю диагностику состояния океана, проверку гипотез, генерацию и анализ ансамблей модельных расчётов. При решении таких задач полезнее и эффективнее оказываются различные упрощённые модели океана, описывающие основные физические закономерности динамической и термодинамической реакции океана на ТЦ, оставаясь при этом вычислительно эффективными и легко интерпретируемыми [55–58]. Такие модели дают возможность проводить быстрый анализ чувствительности разных процессов или полей к изменениям внешних условий, что делает их особенно полезными для изучения того, как изменяющиеся характеристики ТЦ (например, скорость перемещения, интенсивность, размер) и состояние океана (например, стратификация) влияют на наблюдаемую реакцию океана.

К числу таких моделей относится предложенная в [59] упрощённая модель реакции океана, которая предсказывает эволюцию баротропной и бароклинных мод, а также верхнего перемешанного слоя (ПС) под воздействием движущегося ТЦ. Для моделирования ПС в [59] используется интегральная модель (slab-модель), а нормальные моды описываются аналитическими выражениями. Особенностью этой модели является независимость динамики нормальных мод от динамики ПС, что достигается благодаря предположению о малости толщины ПС по сравнению с масштабом вертикальных мод, который для первых бароклинных мод как правило превышает сотни метров в открытом океане. Отделение динамики нормальных мод от динамики ПС значительно облегчает расчёт динамической реакции океана, имеющей вид суперпозиции дрейфовых, бароклинных и баротропных течений. Помимо течений модель предсказывает эволюцию толщины и температуры верхнего ПС, а также аномалии ВПО,

связанные с баротропной и бароклиническими модами. Благодаря своей относительной простоте эта модель является удобным инструментом для исследования реакции океана на ТЦ, поэтому в этой работе мы воспользуемся ей для интерпретации спутниковых наблюдений состояния океана, в которых проявляется влияние ТЦ.

Различного рода параметризации, основанные на данных наблюдений, также можно использовать в качестве инструмента для изучения и анализа реакции океана на ТЦ. К таким параметризациям в первую очередь относятся выражения для толщины ПС или аномалии ТПО, которые могут быть полезны в исследованиях чувствительности ТЦ к охлаждению поверхности океана, вызванному действием урагана. Различия в существующих параметризациях охлаждения поверхности [58, 60–63] или толщины ПС, знание которой позволяет рассчитать аномалию температуры [7, 9, 47, 64], в основном связаны с физическими предположениями, которые закладываются в определение толщины ПС и фоновой стратификации. Выражения, предлагаемые авторами упомянутых работ, имеют ограничения, связанные с их применимостью, во-первых, только к достаточно быстрым ТЦ и, во-вторых, к ситуациям, когда влияние апвеллинга пренебрежимо мало. Кроме того, малость выборки, по которой проводилась оценка эмпирических констант или вовсе отсутствие такой оценки, делают построение физически обоснованной параметризации охлаждения поверхности океана, вызванного прохождением ТЦ, исключительно актуальной задачей.

**Цель работы:** установить основные закономерности формирования реакции океана на движущиеся тропические циклоны в широком диапазоне гидрометеорологических и географических условий на основе анализа данных спутниковых наблюдений и результатов моделирования.

Для достижения цели были поставлены и решены следующие **задачи**:

- 1) Сформировать базу данных, включающую информацию о параметрах ТЦ (их размер, интенсивность и положение), существовавших в разных районах Мирового океана в период с 2010 по 2020 гг., спутниковых измерениях ТПО и стратификации океана вдоль траекторий ТЦ.
- 2) Верифицировать и настроить модель бароклинической реакции океана на основе сравнения результатов моделирования со спутниковыми альtimетрическими измерениями аномалий ВПО в следах ТЦ.

3) Провести моделирование поверхностных течений для интерпретации доплеровской скорости поверхности океана под ТЦ, измеряемой спутниковыми радарами с синтезированной апертурой.

4) Выполнить оценку аномалий ТПО, создаваемых ТЦ, по спутниковым данным о температуре поверхности и провести восстановление толщины ПС в следах циклонов.

5) Получить количественные оценки зависимости толщины ПС от параметров ТЦ, параметра Кориолиса и стратификации океана, построить модель формирования толщины ПС под воздействием циклона и провести проверку модели путём сравнения рассчитанных с её помощью аномалий ТПО с наблюдениями и предсказаниями моделей и параметризаций, взятых из других работ.

6) Проанализировать механизмы формирования аномалий ТПО, создаваемых различными ТЦ с меняющимися во времени параметрами и перемещающимися над океаном с горизонтально неоднородной стратификацией, с помощью трёхмерной модели динамической и термической реакции океана, объединяющей настроенную модель бароклинного отклика океана и построенную модель толщины верхнего ПС.

**Объект исследования** — районы Мирового океана, в которых распространяются тропические циклоны.

**Предмет исследования** — поля уровня, доплеровской скорости и термохалинные поля океана в следах ТЦ.

#### **Научная новизна:**

1) Впервые установлено, что аномалии ВПО в следах ТЦ, регистрируемые спутниковыми альтиметрами, описываются моделью бароклинной реакции океана при учете как минимум первых двух бароклиновых мод и при задании коэффициента сопротивления морской поверхности в диапазоне от  $2,0 \cdot 10^{-3}$  до  $2,5 \cdot 10^{-3}$  при скоростях ветра, характерных для тропических циклонов.

2) Впервые получены оценки вклада поверхностных дрейфовых и бароклиновых течений в измеряемую спутниковыми РСА доплеровскую скорость поверхности океана, согласно которым вклад течений сопоставим с вкладом ветровых волн в окрестности глаза циклона и является определяющим в следе циклона.

3) Впервые получены оценки толщины ПС, сформированного под воздействием ТЦ, рассчитанные по аномалиям ТПО, измеряемым спутниковыми радиометрами в следах циклонов, существовавших в Мировом океане с 2010 по

2020 гг., а также экспериментальные количественные оценки зависимости толщины от параметров циклонов, параметра Кориолиса и стратификации океана.

4) Предложена новая модель толщины ПС, основанная на концепции устойчивости его нижней границы (в терминах критического числа Ричардсона) и автомодельности дрейфовых течений, учитывающая радиационное трение, связанное с излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана.

5) Детализированы механизмы формирования термической реакции океана с горизонтально-неоднородной стратификацией на прохождение ТЦ с изменяющимися во времени параметрами на основе трёхмерной модели динамической и термической реакции океана, объединяющей настроенную модель бароклинного отклика океана и построенную модель ПС.

**Практическая значимость** Результаты настройки модели баротропной и бароклиновой реакции океана и построения модели толщины ПС являются основой для создания обобщенной трёхмерной модели динамической и термической реакции океана на прохождение ТЦ, которая может послужить эффективным и простым в использовании инструментом для решения различных практических и научных задач, таких как анализ данных наблюдений, оценка влияния ТЦ на эволюцию системы океан-атмосфера на глобальных и климатических масштабах. Модель позволяет рассчитать поле аномалии ТПО в области, занятой циклоном, которое может использоваться в модели самого ТЦ для корректного прогнозирования его интенсивности и траектории движения, что необходимо для своевременного предупреждения опасных природных явлений в прибрежной зоне (большие волны, шквалы, штормовые нагоны), а также обеспечения безопасности судоходства и работ в море.

**Методы исследования.** В диссертационной работе использовались различные аналитические и численные методы, а также статистические методы обработки данных. Для моделирования ВПО применялась модель бароклиновой и баротропной реакции океана на прохождение ТЦ [59]. Для расчёта потока массы в ПС и построения полей ветра в ТЦ по модели [65] использовались численные методы решения обыкновенных дифференциальных уравнений. Расчёт аномалий ТПО по спутниковым данным и толщины ПС проводилась с использованием численных методов. Уравнение вертикальной адвекции, описывающее возмущение полей температуры и плотности бароклиновыми движениями, решалось методом характеристик. Для построения модели толщины ПС использовались методы теории подобия. Анализ данных о толщине ПС и

закономерностей её изменения в зависимости от параметров ТЦ и стратификации океана выполнялся с помощью методов математической статистики. Для нахождения оценок эмпирических констант, фигурирующих в модели толщины ПС и в обобщённой трёхмерной модели реакции океана, использовались методы математической статистики.

### **Положения, выносимые на защиту:**

- 1) Метод комбинированного статистического и физического анализа спутниковых измерений аномалий температуры и высоты поверхности океана в следах ТЦ, параметров ТЦ (скорость ветра и перемещения, радиус), восстановленных полей ветра в ТЦ, и стратификации океана, относящихся ко всем ТЦ наблюдаемых в Мировом океане.
- 2) Подтверждение применимости модели бароклинной реакции океана на прохождение ТЦ для описания спутниковых измерений аномалий ВПО в следах ураганов при условии использования, как минимум, первых двух бароклиновых мод и коэффициента сопротивления морской поверхности, имеющего значение в диапазоне от  $2,0 \cdot 10^{-3}$  до  $2,5 \cdot 10^{-3}$  при ураганных ветрах.
- 3) Образы ТЦ в виде диполя в полях доплеровской скорости поверхности океана, измеряемой спутниковыми РСА, которые формируются совместным вкладом обрушений ветровых волн, орбитальных движений поверхностных волн спектрального пика и поверхностных течений.
- 4) Экспериментальные оценки зависимости толщины ПС, сформированных прохождением ТЦ, существовавших в Мировом океане с 2010 по 2020 гг., от параметров циклонов, параметра Кориолиса и стратификации океана.
- 5) Модель толщины ПС, основанная на концепции пороговой устойчивости его нижней границы (в терминах критического числа Ричардсона) и автомодельности дрейфовых течений, учитывающая принципиально важный механизм — радиационное трение, связанное с излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана.
- 6) Результаты физической интерпретации и анализа механизмов формирования наблюдаемой термической реакции океана в условиях быстрого изменения параметров ТЦ и пространственных изменений стратификации.

**Степень достоверности и апробация результатов.** В диссертации установлено, что измеряемые спутниковыми альтиметрами аномалии ВПО в следах ТЦ хорошо воспроизводятся моделью бароклинной и баротропной реакции океана при учете первых двух бароклиновых мод и использовании ко-

эффективента сопротивления морской поверхности, имеющего значение между  $2,0 \cdot 10^{-3}$  и  $2,5 \cdot 10^{-3}$  в диапазоне скоростей ветра от 32 до  $90 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Оценки доплеровской скорости морской поверхности, для получения которых выполнялось моделирование бароклиновых и дрейфовых течений, создаваемых ТЦ, достаточно хорошо согласуются с измерениями спутниковых РСА и превосходят по качеству аналогичные оценки, полученные с помощью статистической модели доплеровской скорости, предложенной в [66].

Точность воспроизведения измеряемых спутниковыми радиометрами аномалий ТПО с помощью построенной в диссертации модели толщины ПС по коэффициенту корреляции и индексу рассеяния сопоставима, а по нормированному смещению и стандартному отклонению превосходит качество моделирования аномалий температуры, полученных с помощью моделей и параметризаций, взятых из работ [7, 47, 61, 62, 64].

Ошибки моделирования интенсивности вызванного циклонами охлаждения поверхности океана с помощью построенной модели толщины ПС сопоставимы с ошибками измерения температуры спутниковыми радиометрами в условиях прохождения ТЦ. Статистическая значимость оценок экспериментальных зависимостей, а также статистических метрик качества гарантируется большой выборкой рассматриваемых циклонов. Показателем достоверности и новизны научных результатов работы является их публикация в рецензируемых зарубежных и российских журналах и представление на научных конференциях.

Основные результаты диссертации представлялись на следующих российских и международных конференциях:

- 1) IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium (IGARSS), Kuala Lumpur, Malaysia, 17–22 July, 2022.
- 2) EGU General Assembly 2022, Vienna, Austria, 23–27 May, 2022
- 3) VI Всероссийская научная конференция «Моря России: вызовы отечественной науки», г. Севастополь, 26–30 сентября, 2022 г.
- 4) IV Всероссийская конференция с международным участием «Турбулентность, динамика атмосферы и климата», г. Москва, 22–24 ноября, 2022 г.
- 5) VII Всероссийская научная конференция «Моря России: от теории к практике океанологических исследований», г. Севастополь, 25–29 сентября, 2023 г.

6) 21-я Международная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», г. Москва, 13–17 ноября, 2023 г.

7) VIII Всероссийская научная конференция «Моря России: современные методы исследований и их практические применения», г. Севастополь, 23–27 сентября, 2024 г.

8) 22-я Международная конференция «Современные проблемы дистанционного зондирования Земли из космоса», г. Москва, 11–15 ноября, 2024 г.

**Связь с научными программами, планами, темами.** Работа выполнена в соответствии с планами научных исследований Федерального государственного бюджетного учреждения науки Федерального исследовательского центра «Морской гидрофизический институт РАН», а также с планами научных исследований Российского государственного гидрометеорологического университета в рамках следующих научно-исследовательских проектов:

1) Тема государственного задания FNNN-2021-0004 «Фундаментальные исследования океанологических процессов, определяющих состояние и эволюцию морской среды под влиянием естественных и антропогенных факторов, на основе методов наблюдения и моделирования», ФГБУН ФИЦ МГИ.

2) Тема государственного задания FNNN-2024-0001 «Фундаментальные исследования процессов, определяющих потоки вещества и энергии в морской среде и на ее границах, состояние и эволюцию физической и биогеохимической структуры морских систем в современных условиях», ФГБУН ФИЦ МГИ.

3) Тема государственного задания FSZU-2020-0005 «Мониторинг и прогноз состояния системы «лед-океан-атмосфера» в Арктике», РГГМУ.

4) Тема государственного задания FSZU-2025-0005 «Мониторинг и прогноз состояния системы «лед-океан-атмосфера» в Арктике», РГГМУ.

5) Проект РНФ 21-47-00038 «Комплексные спутниковые наблюдения и моделирование взаимодействия океана с тайфунами», РГГМУ.

**Личный вклад автора.** Выбор тематики диссертационной работы проводился совместно с научным руководителем д. ф.-м. н. В.Н. Кудрявцевым. Соискателем совместно с научным руководителем обоснована актуальность исследования, поставлена цель работы и сформулированы основные задачи для ее достижения. Диссидентом были выбраны ТЦ, существовавшие над Мировым океаном с 2010 по 2020 гг., и сформирована база данных их параметров, а также спутниковых измерений ТПО и стратификации в океане вдоль траекторий циклонов. Соискателем были разработаны алгоритмы обработки данных,

расчёта аномалий ТПО, вызванных прохождением ТЦ, и выполнены оценки толщины ПС в их следах. Соискателем выполнялись все численные эксперименты и расчёты динамической и термической реакции океана на прохождение циклонов. Лично диссертантом выполнялась оценка констант модели ПС и обобщённой трёхмерной модели реакции океана на прохождение ТЦ и проводилась валидация этих моделей. Анализ полученных результатов и их интерпретация проводились соискателем совместно с научным руководителем.

**Публикации по теме диссертации.** По теме диссертации опубликовано в соавторстве 12 работ, 4 из которых изданы в журналах, рекомендованных ВАК. В их числе 4 работы в периодических научных журналах, индексируемых Web of Science и Scopus, и 8 работ в тезисах докладов.

Статьи в рецензируемых журналах:

- 1) Field Observations of Breaking of Dominant Surface Waves / **P.D. Pivaev**, V.N. Kudryavtsev, A.E. Korinenko, V.V. Malinovsky // Remote Sensing. — 2021. — Vol. 13, № 16. — P. 3321. — DOI: 10.3390/rs13163321.
- 2) Tropical cyclone signatures in SAR ocean radial Doppler Velocity / Y.Y. Yurovsky, V.N. Kudryavtsev, M.V. Yurovskaya, **P.D. Pivaev**, S.A. Grodsky // Remote Sensing of Environment. — 2024. — Vol. 311. — P. 114251. — DOI: 10.1016/j.rse.2024.114251.
- 3) Kudryavtsev V.N. Mixed layer depth parameterization and ocean surface cooling induced by tropical cyclones / V.N. Kudryavtsev, **P.D. Pivaev** // Ocean Modelling. — 2025. — Vol. 195. — P. 102514. — DOI: 10.1016/j.ocemod.2025.102514.
- 4) **Pivaev P.D.** On Tropical Cyclone Footprints in Sea Surface / **P.D. Pivaev**, V.N. Kudryavtsev // Physical Oceanography. — 2025. — Vol. 32, № 3. — P. 408-426.

**Благодарности.** Автор выражает искреннюю благодарность научному руководителю, д. ф.-м. н. В.Н. Кудрявцеву за приобретённый научный опыт, всестороннюю поддержку и внимательное руководство диссертационным исследованием. Автор глубоко признателен коллегам по лаборатории прикладной физики моря за многочисленные полезные дискуссии, ценные советы и общую доброжелательную атмосферу. Автор благодарит д. ф.-м. н. М.В. Шокурова за внимательное изучение содержания настоящей работы, рекомендации и время, проведённое в обсуждении тем диссертационного исследования и общефизического характера. Автор также ценит помощь к. ф.-м. н. Д.В. Алексеева в

подготовке диссертации и благодарит его за кропотливую редакционную работу.

**Объем и структура работы.** Диссертация состоит из введения, 4 разделов, заключения, списка сокращений и условных обозначений и 3 приложений. Полный объём диссертации составляет 182 страницы, включая 54 рисунка и 1 таблицу. Список литературы содержит 168 наименований.

## РАЗДЕЛ 1 РЕАКЦИЯ УРОВНЯ ОКЕАНА НА ТЦ

### 1.1 Модель баротропных и бароклинических движений океана

**1.1.1 Общая постановка задачи.** Для моделирования динамической реакции океана на прохождение ТЦ мы воспользуемся динамическим блоком модели, предложенной в [59]. Рассмотрим сначала общую постановку задачи об отклике океана на движущийся ТЦ и метод её решения, после чего рассмотрим решение задачи в приближении трёхслойного океана, которое используется в [59].

Когда скорость перемещения ТЦ достаточно велика по сравнению со скоростью создаваемых ураганом течений, динамическая реакция океана описывается линеаризованными уравнениями гидродинамики. Для выделения мезомасштабной реакции океана, чей горизонтальный масштаб гораздо больше вертикального, а временной масштаб по времени имеет порядок инерционного периода, применяются приближения гидростатики и  $f$ -плоскости. Ввиду слабого изменения плотности воды по вертикали в уравнениях используется приближение Буссинеска. Вынуждающей силой являются касательные ветровые напряжения, линейно убывающие от поверхностного значения до нуля на нижней границе перемешанного слоя (ПС) толщиной  $h_0$ . В декартовой системе координат система исходных уравнений имеет следующий вид с учётом перечисленных приближений [24, 26, 67, 68]

$$\begin{aligned} \frac{\partial u}{\partial t} - fv &= -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial x} + \frac{\tau_x}{h_0} S(z), \\ \frac{\partial v}{\partial t} + fu &= -\frac{1}{\rho_w} \frac{\partial p}{\partial y} + \frac{\tau_y}{h_0} S(z), \\ \frac{\partial p}{\partial z} &= -g\rho', \\ \frac{\partial u}{\partial x} + \frac{\partial v}{\partial y} + \frac{\partial w}{\partial z} &= 0, \\ \frac{\partial \rho'}{\partial t} &= \frac{N^2(z)\rho_w}{g} w, \quad N^2(z) = -\frac{g}{\rho_w} \left( \frac{d\rho_0}{dz} \right), \end{aligned} \tag{1.1}$$

где  $(u, v, w)$  — вектор скорости течения;

$p, \rho'$  — возмущения давления и плотности морской воды;

$f$  — параметр Кориолиса;

$\rho_w$  — средняя плотность морской воды;

$\rho_0(z)$  — потенциальная плотность морской воды;

$g$  — ускорение свободного падения;

$N(z)$  — частота плавучести;

$(\tau_x, \tau_y)$  — вектор ветровых напряжений (в кинематических единицах) на поверхности океана, связанный с ТЦ.

В системе уравнений (1.1) функция  $S(z)$  задаёт вертикальное распределение вынуждающей силы, которое имеет форму единичной ступеньки

$$S(z) = \begin{cases} 1, & z \geq -h_0, \\ 0, & z < -h_0. \end{cases} \quad (1.2)$$

Океан в задаче считается безграничным по горизонтали и имеющим плоское дно, на котором выполняется условие непротекания

$$w = 0 \quad \text{при } z = -H. \quad (1.3)$$

На невозмущённой поверхности океана задаются линеаризованные кинематическое и динамическое граничные условия

$$w = \frac{\partial \eta}{\partial t}, \quad p = \rho_w g \eta \quad \text{при } z = 0. \quad (1.4)$$

Система уравнений (1.1) решается методом разложения по нормальным модам [21]. В частности, поля вертикальной скорости и давления имеют вид

$$\begin{aligned} w(t, x, y, z) &= \sum_n \tilde{w}_n(t, x, y) \hat{h}_n(z), \\ p(t, x, y, z) &= \sum_n \rho_w g \tilde{\eta}_n(t, x, y) \hat{p}_n(z), \end{aligned} \quad (1.5)$$

где  $\hat{h}_n, \hat{p}_n$  — безразмерные собственные функции;

$\tilde{w}_n, \tilde{\eta}_n$  — размерные коэффициенты.

Коэффициенты при собственных функциях вертикальной скорости и давления связаны как  $\tilde{w}_n = \partial\tilde{\eta}_n/\partial t$ , а сами собственные функции связаны системой обыкновенных дифференциальных уравнений (см. например [67])

$$\hat{p}_n - \frac{c_n^2}{g} \frac{d\hat{h}_n}{dz} = 0, \quad (1.6)$$

$$\frac{d\hat{p}_n}{dz} + \frac{N^2(z)}{g} \hat{h}_n = 0. \quad (1.7)$$

Из этой системы следует задача Штурма-Лиувилля, например, для  $\hat{h}_n$

$$\frac{d^2\hat{h}_n}{dz^2} + \frac{N^2(z)}{c_n^2} \hat{h}_n = 0. \quad (1.8)$$

В приведённых уравнениях  $c_n$  является постоянной разделения переменных, имеющей смысл фазовой скорости длинных волн для баротропной или бароклинических мод. Учитывая связь (1.6) в динамическом граничном условии (1.4) (второе условие), получаем для функций  $\hat{h}_n$  граничное условие на поверхности

$$\hat{h}_n = \frac{c_n^2}{g} \frac{d\hat{h}_n}{dz} \quad \text{при } z = 0. \quad (1.9)$$

Условие (1.3) очевидно означает равенство

$$\hat{h}_n = 0 \quad \text{при } z = -H. \quad (1.10)$$

Собственная функция баротропной моды, которая является решением (1.8) в предположении  $N(z) = 0$ , линейно затухает от единицы на поверхности до нулевого значения на дне

$$\hat{h}_0(z) = 1 + \frac{z}{H}. \quad (1.11)$$

Постоянная разделения переменных для баротропной моды равна фазовой скорости длинных гравитационных волн  $c_0 \equiv c_{bt} = \sqrt{gH}$ .

Для получения собственных функций бароклиновых мод можно использовать приближение твёрдой крышки, в котором (1.9) заменяется на

$$\hat{h}_n = 0 \quad \text{при } z = 0. \quad (1.12)$$

Искажения собственных функций, вызванные использованием этого приближения, как правило, незначительны [21, 69]. Уравнение (1.8) с учётом условий (1.10) и (1.12) можно решать либо с помощью численных методов для произвольного профиля  $N(z)$ , либо аналитически в случаях, когда  $N(z)$  имеет достаточно простой вид. На рис. 1.1, б показаны собственные функции первых трёх бароклиновых мод, полученные численно для следующего типичного в открытом океане профиля частоты плавучести

$$N(z) = \begin{cases} 0, & z \geq -h_0, \\ -\frac{a}{h_0 + z} e^{b/(h_0 + z)}, & z < -h_0, \end{cases} \quad (1.13)$$

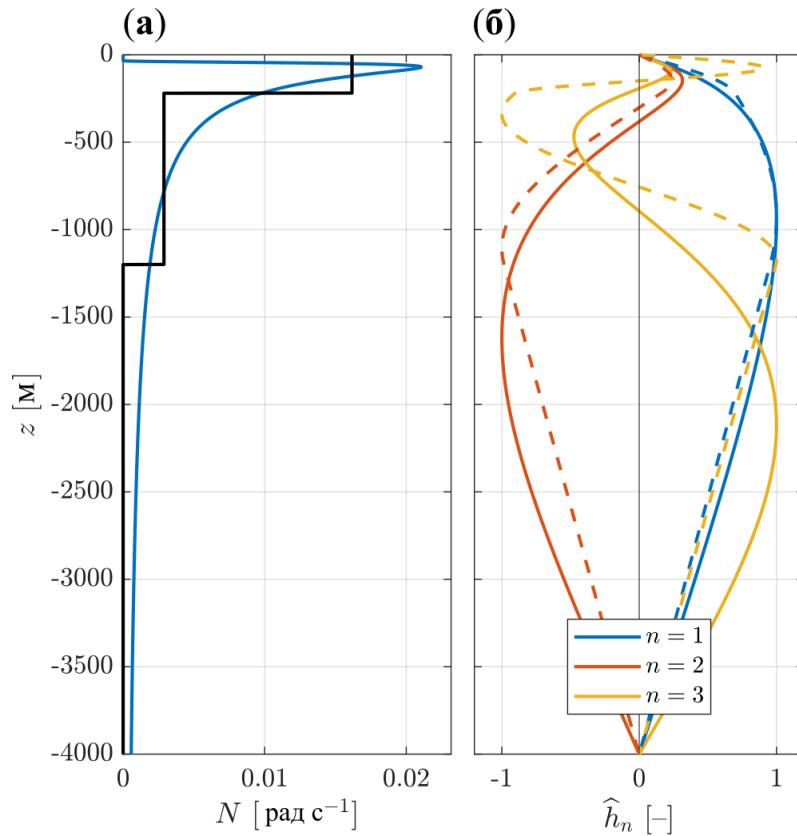
где  $a, b$  — параметры, имеющие размерность длины.

Для расчёта собственных функций использовался метод Галёркина из работы [70]. Метод основан на представлении решения ( $n$ -ой собственной функции) в виде линейной комбинации базисных функций. Роль таких функций играют собственные функции задачи в океане с постоянной частотой плавучести, равной средней  $N(z)$ . При задании однородных граничных условий (1.12) и (1.10) базисные функции имеют вид простых синусоид. Задавая число таких синусоид равным 75, получаем соответствующие численным модам фазовые скорости равные  $c_1 = 2,8 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $c_2 = 1,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $c_3 = 1,0 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ .

Размерные коэффициенты в разложении вертикальной скорости (1.5), удовлетворяют неоднородному уравнению Клейна-Гордона [68]

$$\left( \nabla^2 - \frac{1}{c_n^2} \frac{\partial^2}{\partial t^2} - \alpha_n^2 \right) \tilde{w}_n = f \nabla \times \mathbf{T}_n, \quad (1.14)$$

где  $\alpha_n = f/c_n$  — обратный радиус деформации Россби (баротропный или бароклиновый в зависимости от  $c_n$ ).



Для удобства сопоставления  $\hat{h}_n(z)$  в (б) нормированы так, чтобы их максимум был равен единице

Рисунок 1.1 — Профиль частоты плавучести, заданный формулой (1.13) при  $a = 2,3$  м,  $b = 40$  м и  $h_0 = 30$  м (синяя линия), и соответствующая ему трёхслойная аппроксимация (чёрная линия) при глубине океана 4 км (а); собственные функции первых  $n$  бароклиновых мод, полученные численным методом (сплошные линии) и аналитически в приближении трёхслойного океана (штриховые линии) (б)

В правой части уравнения (1.14) стоит вектор-функция

$$\mathbf{T}_n = \frac{\boldsymbol{\tau}}{gh_0} \boldsymbol{\sigma}_n, \quad (1.15)$$

где  $\boldsymbol{\sigma}_n$  — проекции единичной ступеньки (1.2) на собственные функции давления [67]:  $S(z) = \sum_n \boldsymbol{\sigma}_n \hat{p}_n$ .

Коэффициенты  $\boldsymbol{\sigma}_n$  можно найти с помощью выражения выше и свойства взаимной ортогональности функций  $\hat{p}_n$

$$\boldsymbol{\sigma}_n = \int_{-h_0}^0 \hat{p}_n dz \left[ \int_{-H}^0 \hat{p}_n^2 dz \right]^{-1}. \quad (1.16)$$

В модели [59] ТЦ задаётся в виде замороженного поля ветровых напряжений, которое перемещается в отрицательном направлении оси абсцисс с постоянной скоростью  $V$  над покоящимся и горизонтально-однородным океаном. Рассматривая стационарную реакцию океана в системе координат, начало которой помещается в центр движущегося урагана, мы можем заменить производные по времени на производные по пространству ( $\partial/\partial t = V\partial/\partial x$ ), так что все поля становятся функциями трёх декартовых координат:  $x$ ,  $y$  и  $z$ . В этих условиях уравнение (1.14) преобразуется к виду

$$\left[ \left( \frac{V^2}{c_n^2} - 1 \right) \frac{\partial^2}{\partial x^2} - \frac{\partial^2}{\partial y^2} + \alpha_n^2 \right] \tilde{w}_n = -f \nabla \times \mathbf{T}_n. \quad (1.17)$$

Первым приведённое уравнение, по-видимому, получил автор работы [26], рассматривая двухслойную жидкость. Он показал и проанализировал фундаментальные отличия вертикальной скорости баротропной и бароклинических мод. Для баротропной моды (1.17) является уравнением эллиптического типа, потому что соответствующая фазовая скорость длинных волн значительно превышает скорость перемещения ТЦ ( $V \ll c_0 = \sqrt{gH}$ ). В случае бароклинических мод (1.17) может быть как эллиптического, так и гиперболического типа в зависимости от соотношения между  $V$  и  $c_n$ .

Уравнение (1.17) для разных мод можно решить с помощью преобразования Фурье. Размерный коэффициент для баротропной моды, равный согласно (1.11) вертикальной скорости на поверхности, определяется следующим интегралом Фурье

$$w_{bt}(x, y) \equiv \tilde{w}_0(x, y) \hat{h}_0(0) = \frac{-f}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} dk dl \frac{\hat{F}(k, l) e^{-i(kx+ly)}}{(1 - (V/c_{bt})^2)k^2 + l^2 + \alpha_{bt}^2}, \quad (1.18)$$

где  $k, l$  — составляющие волнового вектора;

$\alpha_{bt} = f/c_{bt}$  — обратный баротропный радиус деформации.

Функция  $\hat{F}(k, l)$  есть Фурье-образ завихренности функции (1.15) пропорциональной ветровым напряжениям  $\boldsymbol{\tau}(x, y)$  в ТЦ

$$\hat{F}(k, l) = \iint_{-\infty}^{+\infty} dx dy (\nabla \times \mathbf{T}_n)_z e^{i(kx+ly)}. \quad (1.19)$$

Так как в соответствии с (1.11) и (1.6)  $\hat{p}_0 = 1$ , из выражений (1.16) и (1.15) следует, что для баротропной моды  $\mathbf{T}_n(x, y) = \boldsymbol{\tau}(x, y)/c_{bt}^2$ .

Коэффициенты вертикальной бароклинной скорости даются двумя различными интегралами Фурье в зависимости от соотношения между скоростью перемещения ТЦ  $V$  и  $c_n$ . При  $V < c_n$  функция  $\tilde{w}_n$  определяется интегралом, подобным интегралу (1.18)

$$\tilde{w}_n(x, y) = \frac{f}{(2\pi)^2} \iint_{-\infty}^{+\infty} dk dl \frac{\hat{F}(k, l) e^{-i(kx+ly)}}{(1 - V^2/c_n^2)k^2 + l^2 + \alpha_n^2}, \quad (1.20)$$

где  $\alpha_n = f/c_n$  — обратный бароклинный радиус деформации  $n$ -ой моды.

При  $V > c_n$  функция горизонтальных координат определяется интегралом

$$\tilde{w}_n(x, y) = \frac{f}{(V^2/c_n^2 - 1)} \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{+\infty} dl k_n^{-1} \int_{-\infty}^x dx' \hat{F}(x, l) \sin(k_n(x - x')) e^{-ily}, \quad (1.21)$$

где  $k_n(l) = \sqrt{(l^2 + \alpha_n^2)/(V^2/c_n^2 - 1)}$ .

Функция  $\hat{F}(x, l)$  является преобразованием Фурье завихренности функции (1.15) в направлении перпендикулярном движению ТЦ

$$\hat{F}(x, l) = \int_{-\infty}^{+\infty} dy (\nabla \times \mathbf{T}_n)_z e^{ily}. \quad (1.22)$$

Рассмотрим циклоническое поле ветровых напряжений, модуль которых изменяется с расстоянием  $r$  от глаза ТЦ по следующему закону

$$\frac{\tau(r)}{\tau_m} = \frac{4(r/R_m)^2}{(1 + (r/R_m)^2)^2}, \quad (1.23)$$

где  $R_m$  — радиус максимальных напряжений;

$\tau_m$  — максимальное ветровое напряжение в ТЦ.

Примеры функций  $\tilde{w}_n(x, y)$ , рассчитанных по формулам (1.18), (1.20) и (1.21) с учётом ранее полученных  $\hat{h}_n(z)$  и  $c_n$  численным методом, показаны на рис. 1.2, б-е. Для получения этих полей были заданы следующие значения внешних параметров:  $f = 5 \cdot 10^{-5}$  рад · с<sup>-1</sup>,  $\tau_m = 10^{-2}$  м<sup>2</sup> · с<sup>-2</sup>,  $R_m = c_1/f$ .

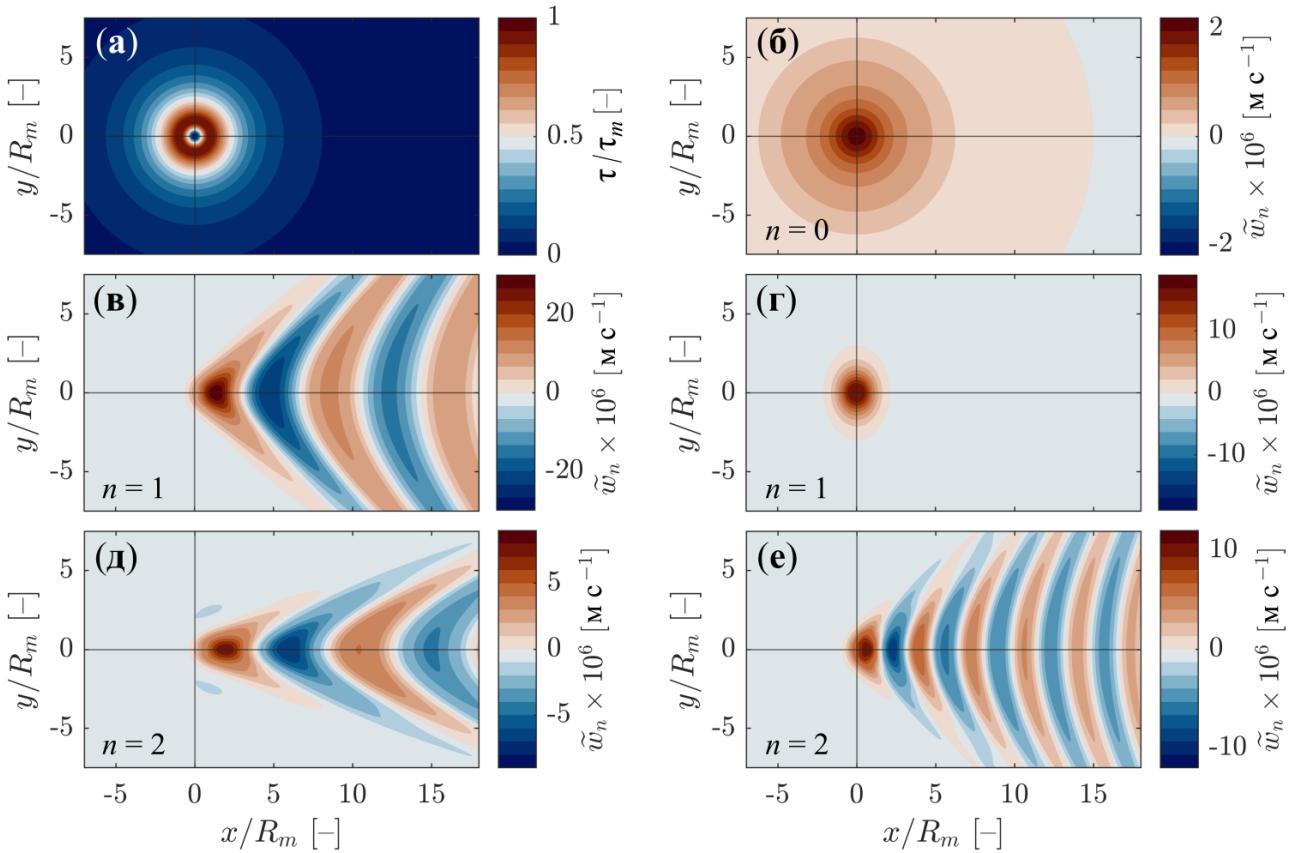


Рисунок 1.2 — Поле ветровых напряжений (1.23) (а); функция  $\tilde{w}_n$  для баротропной моды (б); функция  $\tilde{w}_n$  для первой и второй бароклинических мод, для которых  $V/c_1 = 1,5$  и  $V/c_2 = 2,7$  (в, д); функция  $\tilde{w}_n$  для первой и второй бароклинических мод, для которых  $V/c_1 = 0,75$  и  $V/c_2 = 1,3$  (г, е)

При задании скорости перемещения ТЦ  $V = 1,5c_1$  (сравнительно быстрый ураган), уравнение (1.17) имеет гиперболический тип для всех бароклинических мод, что проявляется в виде волновых следов позади урагана на рис. 1.2, в, д. Угол раствора волнового клина и характерное волновое число волновых колебаний уменьшаются с номером моды. При уменьшении скорости перемещения урагана в два раза ( $V = 0,75c_1$ ) уравнение (1.17) имеет эллиптический тип для первой бароклинической моды, так что поле  $\tilde{w}_1$  оказывается локализовано под ТЦ (рис. 1.2, г). Линии равных значений скорости имеют форму эллипсов, большая полуось которых перпендикулярна направлению движения урагана. Поскольку для бароклинических мод более высокого порядка  $V$  по-прежнему превышает  $c_n$  (например,  $V = 1,3c_2$ ), в соответствующих полях скорости остаются волновые колебания (рис. 1.2, е). Стоит заметить, что при замедлении ТЦ угол раствора волнового клина и характерное волновое число увеличиваются (ср. рис. 1.2, д с рис. 1.2, е). Для баротропной моды уравнение (1.17) в глубоком океане имеет

эллиптический тип ( $V/c_{bt} \ll 1$ ), из-за чего поле  $\tilde{w}_0$  локализуется под ТЦ, как показано на рис. 1.2, б, причём пространственный масштаб этого поля оказывается значительно больше, чем аналогичный масштаб для первой бароклинной моды на рис. 1.2, г. В случае баротропной моды линии равной скорости по форме практически совпадают с окружностями.

Аномалии высоты поверхности океана (ВПО) рассчитываются с помощью кинематического граничного условия (1.4) (первое условие)

$$\eta(x, y) = \frac{1}{V} \int_{-\infty}^x w(x', y, 0) dx', \quad (1.24)$$

где  $w(x, y, 0)$  — вертикальная скорость на поверхности, соответствующая той или иной моде.

Баротропные аномалии ВПО сразу определяются подстановкой выражения (1.18) в (1.24). Вертикальная скорость на поверхности, связанная с бароклинными модами, находится *a posteriori* с помощью динамического граничного условия (1.9).

В пункте 1.3.2 будет показано, что баротропная вертикальная скорость (1.18) описывает смещение поверхности, имеющее вид впадины, вытянутой вдоль траектории ТЦ и затухающей в поперечном направлении на масштабе несколько превышающем размер ТЦ. Смещение поверхности океана, связанное с бароклинными вертикальными скоростями (1.20) и (1.21) имеет форму впадины меньшего поперечного масштаба при  $V < c_n$  и форму суперпозиции впадины и следа из инерционно-гравитационных волн, стационарных в системе отсчёта ТЦ, при  $V > c_n$ .

**1.1.2 Приближение трёхслойного океана.** В модели [59] уравнение (1.8) для бароклинных собственных функций решается аналитически в приближении твёрдой крышки.

Ниже перемешанного слоя океан разделяется на три слоя, в каждом из которых частота плавучести имеет постоянное значение

$$N(z) = \begin{cases} N_1, & -d_1 \leq z < -h_0, \\ N_2, & -d_2 \leq z < -d_1, \\ 0, & z < -d_2. \end{cases} \quad (1.25)$$

Слои постоянных значений  $N(z)$  имеют смысл сезонного ( $N = N_1$ , толщина равна  $d_1$ ), главного ( $N = N_2$ , толщина равна  $d_2 - d_1$ ) пикноклина и абиссали ( $N = 0$ , толщина равна  $H - d_2$ ). Глубина  $d_2$  определяется как уровень  $z$ , на котором плотность воды отличается от плотности на дне на 5 %. Между поверхностью (наличие перемешанного слоя при построении игнорируется) и уровнем  $z = -d_2$  профиль плотности аппроксимируется кусочно-линейной функцией с точкой излома на глубине  $z = -d_1$ , которая определяется таким образом, что средний квадрат отклонения профиля от аппроксимации минимален. Согласно [59], если толщина ПС достаточно мала по сравнению с вертикальным масштабом собственных функций ( $N_1 h_0 / c_n \ll 1$ ), параметр  $h_0$  выпадает из задачи, и наличие ПС не оказывает влияния на форму собственных функций. Окончательное выражение для  $\hat{h}_n(z)$ , полученное в [59], имеет вид

$$\hat{h}_n(z) = \begin{cases} a_{1n} \sin(N_1 z / c_n), & z \geq -d_1, \\ a_{2n} \sin(N_2[z + d_2] / c_n + \varphi_n), & -d_2 \leq z < -d_1, \\ a_{2n} \sin \varphi_n(z + H) / (H - d_2), & z < -d_2. \end{cases} \quad (1.26)$$

Выражения для безразмерных коэффициентов  $a_{1n}$ ,  $a_{2n}$  и  $\varphi_n$  приведены в Приложении А, в котором также дано уравнение, из которого определяются значения фазовых скоростей длинных волн  $c_n$  для бароклинных мод.

Собственные функции, построенные для профиля частоты плавучести (1.13), аппроксимированного тремя слоями с постоянными  $N$ , показаны на рис. 1.1, б, из которого видно, что аналитическое выражение (1.26) несильно отличается от численного решения для первой бароклинной моды, однако расхождения очевидно усиливаются при увеличении порядка моды (см. Приложение Б).

Динамическое граничное условие (1.9) позволяет рассчитать бароклинную вертикальную скорость на поверхности, которая в приближении трёхслойной стратификации равна

$$w_{bc}^{(n)}(x, y, 0) = \tilde{w}_n(x, y) \frac{c_n^2}{g} \frac{d\hat{h}_n}{dz} \Big|_{z=0} = g^{-1} a_{1n} N_1 c_n \tilde{w}_n(x, y). \quad (1.27)$$

В приближении трёхслойного океана векторная функция  $\mathbf{T}_n$  в интегралах (1.20) и (1.21) для размерных коэффициентов  $\tilde{w}_n$  заменяется на  $\boldsymbol{\tau}/c_n^2$ . Аномалия

ВПО, связанная с бароклинными модами, находится подстановкой выражения (1.27) в (1.24).

В завершение этого подраздела отметим особенность рассматриваемых уравнений, связанную с силами, вынуждающими движения в океане. Из формулы (1.17), следует, что роль силы, возбуждающей вертикальные движения в модели [59] играет только завихренность ветровых напряжений. В общем случае, в (1.17) наряду с завихренностью присутствуют члены, связанные с дивергенцией ветровых напряжений и возмущением атмосферного давления (при использовании более общего динамического граничного условия на поверхности). Генерация и свойства инерционно-гравитационных волн, возникающих под влиянием возмущений атмосферного давления, характерных для ураганов, были подробно изучены в работах [25, 71, 72]. Однако, в контексте измеряемых спутниковыми альтиметрами аномалий ВПО, которые рассматриваются в следующем подразделе, можно считать, что эти две вынуждающие силы не оказывают значительного влияния на смещения свободной поверхности, и единственной силой, приводящей к необратимому опусканию поверхности океана (или подъёму пикноклина), является завихренность ветровых напряжений. Действительно, в случае бароклиновой моды, как показано в [26] на примере двухслойной жидкости, вынуждающая сила, связанная с возмущением атмосферного давления, пренебрежимо мала по сравнению с силой, связанной с завихренностью ветровых напряжений: отношение соответствующих членов имеет порядок относительной разности плотностей между двумя слоями, т.е  $10^{-3}$ . В случае баротропной моды эти две силы оказываются сопоставимы друг с другом, однако, аномалии атмосферного давления и дивергенция ветровых напряжений не создают установившихся течений в следе ТЦ, связанных с баротропной модой [11, 22, 23]. Значимые баротропные возмущения ВПО, вызванные этими механизмами, локализованы в области глаза ТЦ и исчезают в его следе. Поскольку вероятность пролёта альтиметра в окрестности глаза ТЦ очень мала, вклад возмущения атмосферного давления и дивергенции ветровых напряжений в аномалии ВПО, измеряемые спутниковыми альтиметрами, оказывается фактически нулевым.

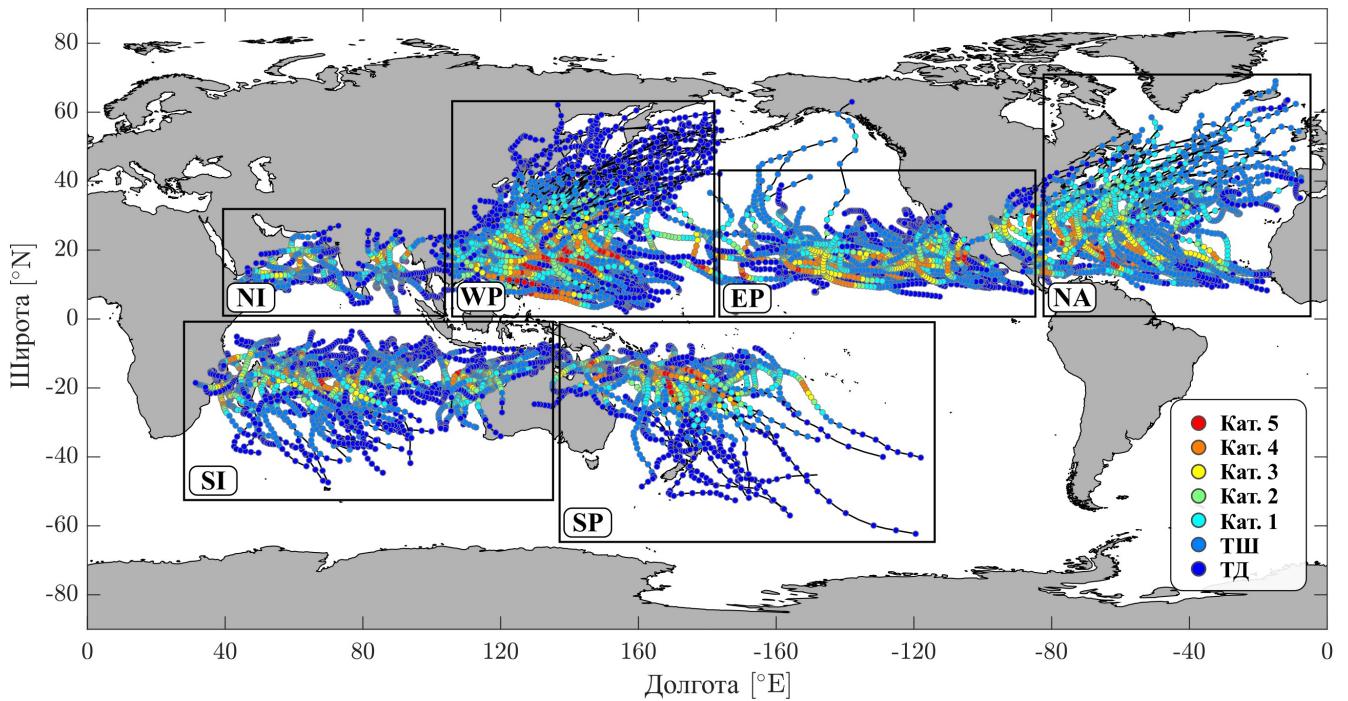
## 1.2 Данные о циклонах и состоянии океана

**1.2.1 Данные о ТЦ.** В этой работе мы рассматриваем ТЦ, существовавшие в разных районах Мирового океана с 2010 по 2020 гг. Среди них мы отобрали 417 ураганов, которые были не слабее ТЦ первой категории по шкале Саффира-Симпсона в течение, как минимум, одних суток (рис. 1.3).

Большинство отобранных ТЦ находятся в западной и восточной частях Тихого океана (125 и 97 циклонов, соответственно). В южной части Тихого океана ТЦ значительно меньше (44 циклона). В южной части Индийского океана, как правило, количество ТЦ гораздо больше (71 циклон), чем в его северной части (22 циклона). Наконец Северная Атлантика занимает лишь четвёртое место по многочисленности ТЦ (57 циклонов).

Траектории ТЦ тоже довольно разнообразны. Помимо среднего движения ураганов в направлении полюсов (ТЦ северного полушария движутся в направлении Северного полюса, а ТЦ южного — Южного полюса), в траекториях одних ТЦ можно выделить очевидные тенденции, в то время как траектории других выглядят как почти случайные. Так, после возникновения в тропических широтах циклоны западной части Тихого океана и Северной Атлантики движутся сначала на запад. По мере приближения к суше циклоны поворачивают на север и затем на северо-восток. Существование таких ТЦ часто заканчивается в умеренных широтах. Циклоны восточной части Тихого океана в среднем также движутся на запад, однако их траектории ограничены полосой широт от 0 до примерно  $30^\circ$ , и они практически не движутся на восток. Траектории циклонов в Индийском океане и в южной части Тихого океана более хаотичны. В тропических широтах эти циклоны могут двигаться в совершенно различных направлениях, однако при достижении умеренных широт выделяется тенденция движения в восточном направлении.

Движение ТЦ определяется действием множества различных факторов. Циклон движется под влиянием фонового атмосферного потока с некоторыми отклонениями, вызванными действием силы Кориолиса ( $\beta$ -эффект) и горизонтальным градиентом завихренности фонового течения. Дополнительное влияние на движение оказывают вертикальный сдвиг скорости ветра и термодинамические эффекты, в первую очередь связанные с образованием облаков [73]. Влияние фоновых крупномасштабных атмосферных течений проявляется, например, в траекториях циклонов восточной части Тихого океана. Траекто-



Кружки показывают положение ТЦ с дискретностью 3 часа. Цвет кружков обозначает интенсивность циклонов по шкале Саффира-Симпсона (см. легенду, в которой Кат. — категория, ТШ — тропический шторм, ТД — тропическая депрессия, к которой мы также относим ТЦ с более низкой интенсивностью. Прямоугольниками выделены районы зарождения ТЦ: WP — западная часть Тихого океана, EP — восточная часть Тихого океана, SP — южная часть Тихого океана, NA — Северная Атлантика, NI — северная часть Индийского океана, SI — южная часть Индийского океана

Рисунок 1.3 — Траектории 417 ТЦ, отобранных для анализа реакции океана

рии этих ТЦ ограничены низкими широтами из-за блокирующего течения на севере, связанного с циркуляцией крупного тихоокеанского антициклона, в то время как циклоны в западной части океана оказываются на периферии этого течения, которое впоследствии выносит ТЦ в высокие широты [74]. Более глубокий анализ различных аспектов циклогенеза в тропических широтах можно найти в работе [75].

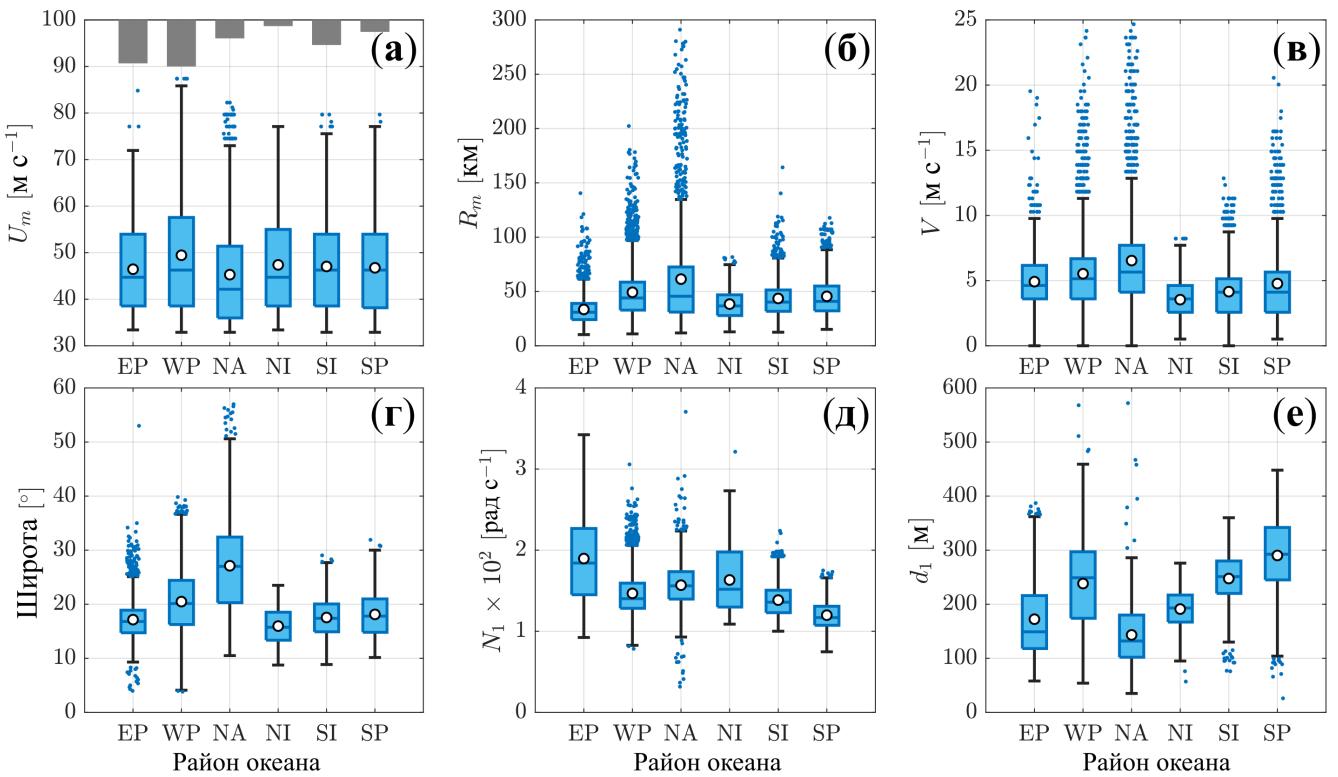
Источником данных о положении, интенсивности и размере ТЦ служит International Best Track Archive for Climate Stewardship (IBTrACS) [76, 77]. Среди интересующих нас параметров архив содержит информацию о географических координатах глаза данного ТЦ, максимальной скорости приземного ветра  $U_m$ , радиусах, на которых достигаются опорные скорости ветра (34, 50 и 64 уз) в разных квадрантах ТЦ, и скорости перемещения глаза ТЦ  $V$ . В базе данных IBTrACS содержатся несколько версий этих параметров, которые представляются службами Всемирной метеорологической организации (ВМО) из разных стран. В данной работе используются временные ряды  $U_m$ ,  $V$  и ра-

диусов опорных скоростей ветра, которые были предоставлены службой ВМО США (переменные с приставкой *usa\_*). В большинстве случаев дискретность данных составляет 3 ч, однако в некоторых немногочисленных случаях она может быть меньше. Несмотря на то, что среди параметров ТЦ, которые можно найти в IBTrACS, есть также радиус максимальной скорости ветра, мы, однако, оцениваем значение этого радиуса с помощью модели ветра в ТЦ, описанной в пункте 1.2.3.

Распределение интенсивности ТЦ в разных районах Мирового океана примерно одинаковое (рис. 1.4, а). Средняя интенсивность циклонов лежит в диапазоне  $40\text{--}50 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (от первой до третьей категории). Циклоны с  $U_m > 70 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (четвёртая категория) встречаются везде, однако наиболее экстремальные ТЦ (четвёртой и пятой категории) чаще обнаруживаются в западной части Тихого океана.

Типичная скорость перемещения ТЦ, находящаяся в диапазоне от примерно 3 до  $7 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , значительно меньше максимальной скорости ветра (рис. 1.4, в), хотя в некоторых случаях первая может оказаться сопоставимой со второй. Как правило, ТЦ ускоряются на завершающих этапах своей жизни, на которых их интенсивность значительно падает (см. районы NA, WP, SP и SI на рис. 1.3). Такое ускорение, по-видимому, связано с вовлечением ТЦ в западный перенос воздушных масс в умеренных широтах. Скорости движения ТЦ на начальных и промежуточных этапах своего развития заметно отличаются в Северной Атлантике (средняя  $V > 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ) и северной части Индийского океана (средняя  $V < 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ). Вероятнее всего, эта разница возникает благодаря воздействию пассатов и большего пространства открытой воды в Атлантике. ТЦ Индийского океана в свою очередь оказываются сильно стеснены экватором на юге и сплошной сушей на севере (рис. 1.3).

Из широтного распределения ТЦ (рис. 1.4, г) следует, что циклоны западной части Тихого океана и Северной Атлантики в среднем находятся дальше от экватора по сравнению с циклонами в остальных областях. Это означает, что в указанных районах влияние силы Кориолиса как в атмосферных движени- ях, так и океанских в среднем будет больше, чем в других. Большие значения параметра Кориолиса предполагают меньшие внутренние пространственные масштабы (баротропный и бароклинный радиусы деформации) и больший период инерционных колебаний, которые влияют на реакцию океана, вызванную прохождением ТЦ.



Элементы диаграмм показывают следующее: белый маркер — арифметическое среднее, синяя горизонтальная линия в блоке — медиана, нижняя и верхняя границы блока — квантили 25 и 75 % вероятности (квартили), длина «усов» равна 3/2 от интерквартильного расстояния и отсчитывается от нижней и верхней границ блока. Случаи, выходящие за диапазон усов, показаны синими точками. В случае отсутствия данных, выходящих за диапазоны усов, построенных по интерквартильному расстоянию, усы заканчиваются на минимальном или максимальном значении. Высота серых столбиков в (а) показывает число точек в каждом районе океана в относительных единицах. В рисунке показаны только положения ТЦ, в которых  $U_m \geq 32,9 \text{ м} \cdot \text{s}^{-1}$  (ТЦ не слабее первой категории)

Рисунок 1.4 — Блочные диаграммы параметров ТЦ и океана в районах Мирового океана (см. рис. 1.3): (а) — максимальная скорость ветра в ТЦ; (б) — радиус максимальной скорости ветра; (в) — скорость перемещения ТЦ; (г) — широта ТЦ; (д) — частота плавучести в сезонном пикноклине; (е) — глубина залегания нижней границы сезонного пикноклина

**1.2.2 Данные о состоянии океана.** В качестве источника данных о начальном состоянии океана под ТЦ, мы используем атлас штормов проекта Marine Atmosphere eXtreme Satellite Synergy (MAXSS) [78]. Атлас штормов MAXSS объединяет различные геофизические данные из разных источников и маскирует их по пространству и времени таким образом, чтобы задокументировать состояние океана до и после прохождения ТЦ наилучшим образом. Данные о состоянии океана под поверхностью представляют собой четырехмер-

ные поля температуры и солености (измерениями массивов являются долгота, широта, глубина и время) для каждого из отобранных ТЦ. Эти поля являются частью базы данных ISAS20 [79], которая представляет собой измерения буев Argo, интерполированные на регулярную пространственно-временную сетку. Массив данных ISAS20 имеет разрешение по времени 1 месяц, по долготе  $0,5^\circ$ , и переменное разрешение по широте ( $0,5^\circ$  на экваторе и, например,  $0,43^\circ$  на широте  $30^\circ$ ). Сетка по глубине охватывает толщу воды от поверхности до горизонта 5500 м и имеет 187 неравномерно распределенных по вертикали  $z$ -уровней, обеспечивающих следующее изменение разрешения с глубиной: 5 м в слое 0–100 м, 10 м в слое 100–800 м, 20 м в слое 800–2000 м и 100 м в слое 2000–5500 м. Максимальная глубина в ISAS20 равна 5500 м. Для получения потенциальной плотности морской воды, которая необходима для расчёта собственных функций по температуре, солености и давлению (гидростатическое давление при постоянной плотности  $1025 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$ ), мы используем термодинамическое уравнение состояния морской воды TEOS10 [80].

Представление о степени стратифицированности верхних слоёв океана под ТЦ дают рис. 1.4, д, е, где показаны распределения частоты плавучести и толщины сезонного пикноклина, рассчитанных в соответствии с трёхслойной аппроксимацией по профилям плотности, полученным с помощью пространственно-временной интерполяции полей температуры и солёности в точках расположения ТЦ. Сильно стратифицированные и относительно тонкие (в среднем не более 200 м) слои пикноклина находятся в восточной части Тихого океана. Сезонный пикноклин в Северной Атлантике оказывается ещё тоньше (в среднем меньше 150 м), однако характерный для него градиент плотности заметно слабее. Пикноклин в западной части Тихого океана, имея примерно такой же градиент как пикноклин в Северной Атлантике, достигает гораздо больших размеров. Самый мощный и наименее стратифицированный слой пикноклина находится в южной части Тихого океана. В целом сезонный пикноклин меньшей толщины сильнее стратифицирован, как показывает рис. 1.5.

### 1.2.3 Модель ветра в ТЦ и определение его пространственно-го масштаба.

Как было сказано в пункте 1.2.1, из IBTrACS можно извлечь полезную, но не исчерпывающую информацию о поле ветра в ТЦ. Мы восстанавливаем более полную радиальную структуру ветра с помощью модели, предложенной в работе [65]. Используя эту модель, мы преследуем две цели.

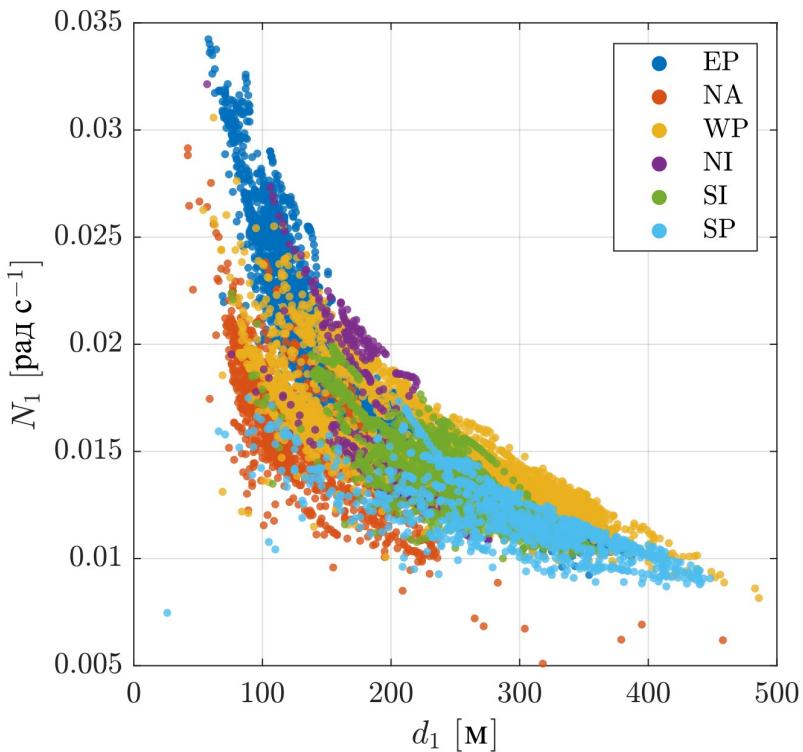


Рисунок 1.5 — Соотношение между частотой плавучести и толщиной сезонного пикноклина под ТЦ в разных районах Мирового океана, выделенных на рис. 1.3

Во-первых, с её помощью мы получаем физически обоснованную оценку радиуса максимальной скорости ветра  $R_m$  — важного параметра, характеризующего пространственную протяженность ТЦ. Величины  $R_m$ , восстановленные при помощи модели ветра [65], хорошо согласуются с данными спутниковых радаров с синтезированной апертурой [81], причём параметризации, предложенные в работах [82, 83], которые были построены на основе рассматриваемой модели ветра, хорошо воспроизводят тенденции характерные для ТЦ: увеличение радиуса ТЦ с ослаблением урагана и увеличением широты. В свою очередь, величины  $R_m$ , содержащиеся в IBTrACS, как известно, не подвергаются пост-обработке в отличие от остальных параметров, которые мы берем из IBTrACS (скорость ветра и перемещения ТЦ, радиусы опорных скоростей ветра). Радиус максимальной скорости ветра в IBTrACS, как указано, например, в [82], представляет собой субъективно оценку, которую дают прогнозисты в оперативном режиме. Оперативно полученная оценка  $R_m$  не подвергается ретроспективному анализу. Также стоит отметить, что оценки  $R_m$  из базы данных IBTrACS плохо согласуются с данными спутниковых радаров с синтезированной апертурой [84]. Из вышеперечисленных обстоятельств следует, что оценку радиуса максимальной скорости ветра, которую дает модель [65], можно уверенно рассматривать как предпо-

чтительную альтернативу величинам  $R_m$  из базы данных IBTrACS. Во-вторых, с помощью этой модели мы получаем возможность построения поля ветра внутри ТЦ, которое необходимо как для применения модели [59] в Разделе 4, так и для использования упрощенных моделей охлаждения поверхности океана [9, 58, 62], которые применяются в пункте 4.3.2.

Перейдем теперь к способу построения поля ветра в ТЦ, который дает оценку радиуса максимальной скорости ветра и позволяет построить двумерное поле ветра в ТЦ. Модель [65] предсказывает радиальный профиль тангенциальной составляющей поля градиентного ветра  $U(r)$ . Профиль получается как результат сращивания профилей ветра во внутренней и периферийной областях ТЦ, определяющихся разными физическими процессами. Профили в этих областях формулируются в терминах абсолютного момента импульса на единицу массы

$$M = rU + \frac{1}{2}fr^2, \quad (1.28)$$

где  $U(r)$  — тангенциальная составляющая вектора ветра на расстоянии  $r$  от глаза ТЦ;

$f$  — параметр Кориолиса.

Если известен  $M$  при данном  $r$ , то с помощью этой формулы можно определить  $U$ . Профиль удельного абсолютного момента импульса во внутренней области ТЦ ( $M_I$ ) имеет вид

$$\left(\frac{M_I}{M_m}\right)^{2-C_k/C_d} = \frac{2(r/R_m)^2}{2 - C_k/C_d + (C_k/C_d)(r/R_m)^2}, \quad (1.29)$$

где  $M_m = R_m U_m + \frac{1}{2}fR_m^2$  — удельный абсолютный момент импульса на расстоянии  $R_m$  от глаза ТЦ;

$R_m$  — радиус максимальной скорости ветра;

$C_k$  — коэффициент теплообмена (число Стентона);

$C_d$  — коэффициент сопротивления.

Поскольку точное значение параметра внутренней области  $C_k/C_d$  неизвестно, и надёжные модели, позволяющие его рассчитать, отсутствуют, в этой работе мы задаём нейтральное значение  $C_k/C_d = 1$ . Такой выбор практичес-

ски не влияет на результаты из-за низкой чувствительностью профиля ветра к изменению  $C_k/C_d$  (подробнее см. [65, 85]).

Профиль удельного абсолютного момента импульса во внешней области ТЦ ( $M_O$ ) является решением задачи Риккати

$$\frac{\partial M_O}{\partial r} = \chi \frac{(rU)^2}{r_0^2 - r^2}, \quad (1.30)$$

$$M_O(r_0) = \frac{1}{2} r_0^2 f, \quad (1.31)$$

где  $r_0$  — расстояние, на котором тангенциальная составляющая вектора скорости ветра обращается в ноль;

$\chi = 2C_d/W_c$ , в котором  $W_c$  равно скорости радиационного опускания воздуха в свободной тропосфере.

Величину параметра внешней области  $\chi$  мы берём равной 2 с целью воспроизведения среднего климатологического значения скорости радиационного опускания  $2 \text{ мм} \cdot \text{с}^{-1}$  при значении коэффициента сопротивления  $C_d = 2 \cdot 10^{-3}$ .

Условием сращивания профилей  $M_I$  и  $M_O$  является равенство их значений и значений их производных в некоторой точке  $r = r_a$

$$\begin{aligned} M_I(r_a) &= M_O(r_a), \\ \left. \frac{\partial M_I}{\partial r} \right|_{r=r_a} &= \left. \frac{\partial M_O}{\partial r} \right|_{r=r_a}. \end{aligned} \quad (1.32)$$

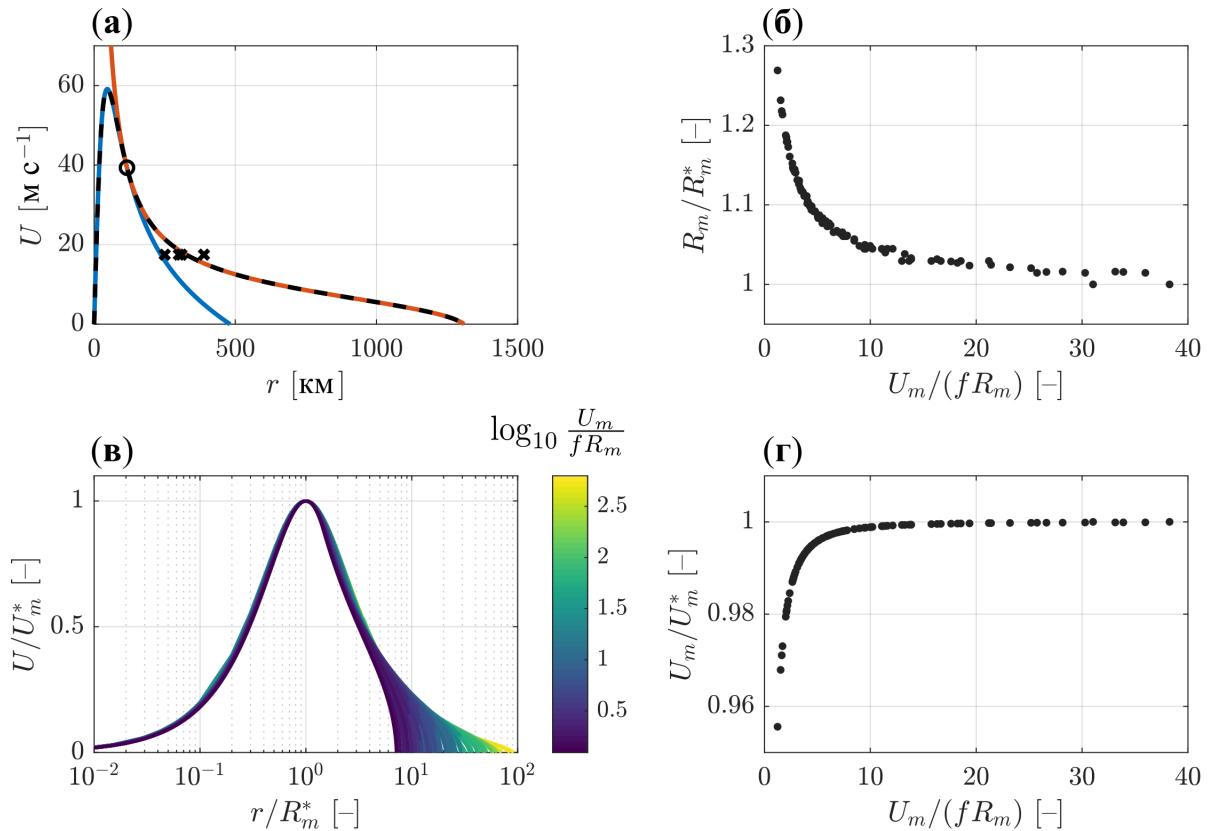
В зависимости от того, какие параметры считаются известными, профиль тангенциальной составляющей поля ветра можно получить разными способами. В этой работе мы используем способ, основанный на фиксации профиля момента импульса во внешней области и добавлении к нему профиля во внутренней области, учитывая условия (1.32). Если известна тангенциальная скорость ветра  $U_{xx}$  на некотором расстоянии  $r_{xx}$  (т.е. известен  $M_{xx}$  на этом расстоянии), профиль во внешней области можно получить как решение уравнения (1.31), проходящее через точку  $(r_{xx}, M_{xx})$ . База данных IBTrACS позволяет получить такую точку. В качестве  $r_{xx}$  мы берём осредненный по квадрантам радиус скорости ветра  $U_{xx} = 34$  уз, который, как показано в работе [81], хорошо согласуется с измерениями микроволновых радиометров. Поскольку начальная точка  $r_0$  интегрирования заранее неизвестна, уравнение (1.31) решается численно методом

стрельбы с использованием разностной аппроксимации Рунге-Кутты четвертого порядка точности. Полученное решение  $M_O(r)$ , проходящее через точку  $(r_{xx}, M_{xx})$ , определяет скорость ветра на периферии ТЦ по формуле (1.28). Так как единственным параметром, определяющим форму профиля (1.29) является  $R_m$  ( $U_m$  известна, а отношение  $C_k/C_d = 1$ ),  $M_I(r)$  находится путём перебора значений  $R_m$ . Перебор останавливается тогда, когда находится  $R_m$ , обеспечивающий выполнение условий (1.32). Полученный  $R_m$  является оценкой размера ТЦ, а  $M_I(r)$  пересчитывается в скорость ветра по формуле (1.28). Стоит заметить, что дополнительным условием склейки является неравенство знаков вторых производных  $M_I$  и  $M_O$  в точке склейки. Необходимость выполнения этого критерия возникает из-за существования двух расстояний, на которых условия (1.32) выполняются, но соотношение кривизн функций  $M_I$  и  $M_O$  имеет различный знак. Иллюстрация построения профиля ветра в ТЦ с помощью описанного алгоритма показана на рис. 1.6, а.

Полученный профиль тангенциальной скорости ветра мы отождествляем с профилем модуля вектора скорости в ТЦ на поверхности моря. В тех случаях, когда необходимо задать двумерное векторное поле ветра, мы вводим отклонение направления вектора от чисто тангенциального равное  $22,5^\circ$  в направлении глаза ТЦ. Пример результата применения описанной модели ветра показан на рис. 1.6, а.

Из полученных с помощью модели [65] оценок радиуса максимальной скорости ветра, показанных в рис. 1.4, б, следует, что ТЦ имеют размеры в диапазоне от десятка км до почти 300 км. В среднем самые большие размеры имеют ТЦ в Северной Атлантике, где средний  $R_m > 50$  км. В редких случаях размер ТЦ превышает 250 км в этом районе. Размеры ТЦ в западной и восточной частях Тихого океана заметно отличаются друг от друга. В восточной части встречаются наиболее компактные ТЦ, чьи радиусы практически не превышают 100 км, а средний  $R_m$  примерно равен 30 км. Циклоны западной части Тихого океана в среднем больше. Кроме того, в этом районе встречаются ТЦ с  $R_m > 100$  км ТЦ Индийского и южной части Тихого океанов, как правило, невелики. Их размеры в редких случаях превышают 80 км.

Стоит иметь в виду, что параметры  $U_m$  и  $R_m$  в формуле для профиля во внутренней области ТЦ (1.29) совпадают с фактической максимальной скоростью ветра и соответствующим радиусом только в пределе циклострофического баланса, в котором число Россби  $U_m/(fR_m) \gg 1$ . Как показывает рис. 1.7,



В (а) чёрный кружок — точка склейки профилей и чёрные крестики — значения радиуса скорости ветра 34 уз в разных квадрантах циклона. Для построения (б, в, г) были использованы следующие диапазоны параметров ТЦ:  $U_m \in [32, 80]$  м · с<sup>-1</sup>,  $R_m \in [10, 250]$  км, широта  $\in [5, 50]$  °

Рисунок 1.6 — Профиль скорости ветра во внутренней, внешней областях ТЦ (цветные линии) и конечный профиль ветра (чёрная штриховая линия) (а); отношение радиуса максимальной скорости ветра из уравнения (1.32) к фактическому радиусу ( $R_m^*$ ), на котором достигается максимальная скорость ветра (б); профили ветра в координатах, нормированных на фактические максимальную скорость ветра ( $U_m^*$ ) и расстояние, на котором эта скорость достигается, при разных значениях параметра  $U_m/(fR_m)$  (в); отношение максимальной скорости ветра из уравнения (1.32) к фактической (г)

для большинства рассматриваемых ТЦ это условие хорошо выполняется. При малых числах Россби тангенциальная скорость ветра затухает на периферии быстрее, чем при  $U_m/(fR_m) \gg 1$  (рис. 1.6, в). Также при малых  $U_m/(fR_m)$  фактический радиус максимальной тангенциальной скорости ветра оказывается ближе к глазу ТЦ (рис. 1.6, б). Параметр  $R_m$  при этом переоценивает фактический радиус не более чем на 20 % в диапазоне  $2 < U_m/(fR_m) < 10$ . Фактическая максимальная тангенциальная скорость ветра немного больше значения параметра  $U_m$ , однако это отличие почти не превышает 4 % (рис. 1.6, г). Показанные

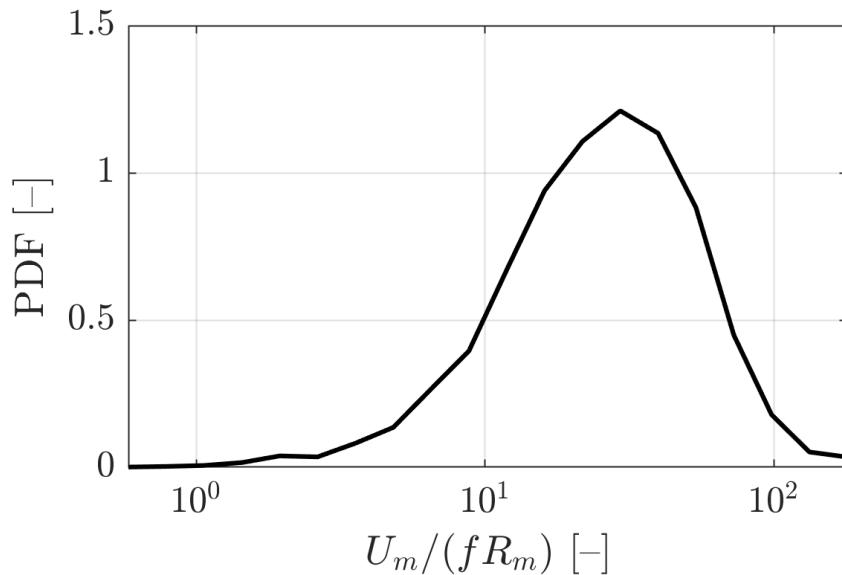


Рисунок 1.7 — Функция плотности вероятности (PDF) параметра  $U_m/(fR_m)$

отличия фактических максимальной тангенциальной скорости ветра и радиуса от параметров  $U_m$  и  $R_m$  в рамках модели [65] можно считать пренебрежимо малыми.

Из рис. 1.6, в также следует, что профиль ветра [65] при фиксированных значениях параметров  $C_k/C_d$  и  $\chi$  обладает свойством подобия при  $r < 5R_m$ .

### 1.3 Применение модели к анализу аномалий ВПО

**1.3.1 Исследования аномалий ВПО в следах ТЦ.** Автор работы [26] первым исследовал деформацию поверхности океана, вызванную баротропной модой. На примере двухслойной жидкости автор показал, что установившееся смещение свободной поверхности, создаваемое точечным источником завихренности, представляет собой впадину, амплитуда которой экспоненциально затухает на масштабе баротропного радиуса деформации в направлении поперёк траектории источника. Им также было получено решение для бароклиновых смещений границы раздела между слоями, однако автор не рассмотрел проявление этих смещений в вариациях высоты поверхности океана. Авторы работы [86] привели аналитические выражения для аномалии высоты поверхности океана (ВПО) и скорости течения, связанных с баротропной модой. Особенность формул авторов состояла в применимости полученных выражений к полям ветра, напоминающим реальные атмосферные циклоны. Прибегнув к численному моделированию, авторы также выделили аномалии ВПО, вызванные бароклиновыми движениями и показали, что в случае двухслойной

жидкости бароклиновые аномалии ВПО ожидаемо находятся в противофазе и пропорциональны смещениям границы раздела между слоями (пикноклин) с коэффициентом пропорциональности равным относительной разности плотностей.

С появлением и широким распространением данных спутниковой альтиметрии о топографии морской поверхности появилась возможность экспериментального исследования аномалий ВПО, создаваемых движущимися ТЦ. Опускание поверхности океана, возникающее в результате прохождения ТЦ, хорошо наблюдается в таких данных. Результаты анализа, представленные в работах [60, 87, 88], показывают, что аномалии ВПО, наблюдаемые альтиметрами, достаточно хорошо описываются соотношением

$$\frac{\eta g}{U_m^2} = c_s \frac{N_1 R_m}{V}, \quad (1.33)$$

где  $\eta$  — аномалия ВПО;

$g$  — ускорение свободного падения;

$U_m$  — максимальная скорость ветра в ТЦ;

$N_1$  — частота плавучести в сезонном пикноклине;

$R_m$  — радиус максимальной скорости ветра в ТЦ;

$V$  — скорость перемещения ТЦ;

$c_s$  — эмпирическая константа

Из упомянутых работ следуют следующие оценки эмпирической константы  $c_s$ :  $6,9 \cdot 10^{-6}$  [60, 87] и  $8,6 \cdot 10^{-6}$  [88].

Выражение (1.33) было получено в работе [60]. Оно предсказывает «глубину» установившейся аномалии ВПО в следе ТЦ. Формула (1.33) была выведена с помощью условия непрерывности давления на поверхности океана и с использованием выражения, известного из работы [26], для смещения пикноклина в двухслойной жидкости под влиянием бароклиновой моды. Соответственно, формула (1.33) была изначально получена в предположении, что первая бароклиновая мода играет определяющую роль в формировании аномалий ВПО, вызванных ТЦ. Однако, насколько это предположение оправдано в реальных условиях, в которых существуют как моды высших порядков, так и баротропная мода, остаётся неизвестным.

Существующие теоретические оценки, позволяющие определить вклад различных бароклиновых мод, основаны на дополнительных предположениях,

которые не применимы к реальным ТЦ и океанам. Так, выражение, предложенное в [68], для понижения уровня моря в следе урагана выполняется только для ТЦ, чей размер значительно больше бароклинного радиуса деформации. Бароклинный радиус деформации первой моды может меняться от десятков до сотни километров (для второй моды он в среднем в два раза меньше) в районах распространения ТЦ, что сопоставимо с размером реальных ураганов (см. рис. 1.4, б). Полученные в [67] выражения, с помощью которых можно оценить относительный вклад бароклиновых мод в аномалии ВПО, были основаны на гипотетическом профиле частоты плавучести с одним максимумом, в то время как вертикальное распределение плотности в океане, во-первых, может иметь два пикноклина, во-вторых, может сильно отличаться как в разных океанах, так и в пределах одного океана. Общие региональные закономерности эффективности возбуждения первых двух бароклиновых мод рассматривались в работе [89], однако выводы авторов не были привязаны к районам распространения ТЦ, — стратификация анализировалась на линии экватора, где ТЦ отсутствуют. Из сказанного следует, что вопрос о вкладе различных бароклиновых мод в аномалии ВПО в следах ТЦ остаётся открытым.

Роль баротропной моды также может быть недооценена. При обработке данных измерений в [87, 88] исключили из рассмотрения случаи с локальной глубиной океана меньше 2 и 5 км, соответственно, считая, что таким образом, вклад баротропной моды в смещение поверхности океана должен быть пренебрежимо малым. Предположение о том, что исключение баротропных смещений поверхности возможно простым отбрасыванием данных по критерию глубины океана, может оказаться слишком грубым. В самом деле, согласно [26], отношение баротропного смещения поверхности океана  $\eta_{bt}$  к смещению границы раздела в двухслойной жидкости  $D_{bc}$  равно отношению соответствующих радиусов деформации

$$\frac{\eta_{bt}}{D_{bc}} = \frac{R_{bc}}{R_{bt}} = \frac{\epsilon H_1}{H}, \quad (1.34)$$

где  $H_1$  — толщина верхнего слоя океана;

$H$  — глубина океана;

$\epsilon$  — относительная разность плотностей в слоях.

Как показано в [86], смещение поверхности океана, связанное с бароклиновой модой, хорошо описывается формулой  $\eta_{bc} = \epsilon D_{bc}$ , а значит отношение

баротропной аномалии ВПО к бароклинной равно

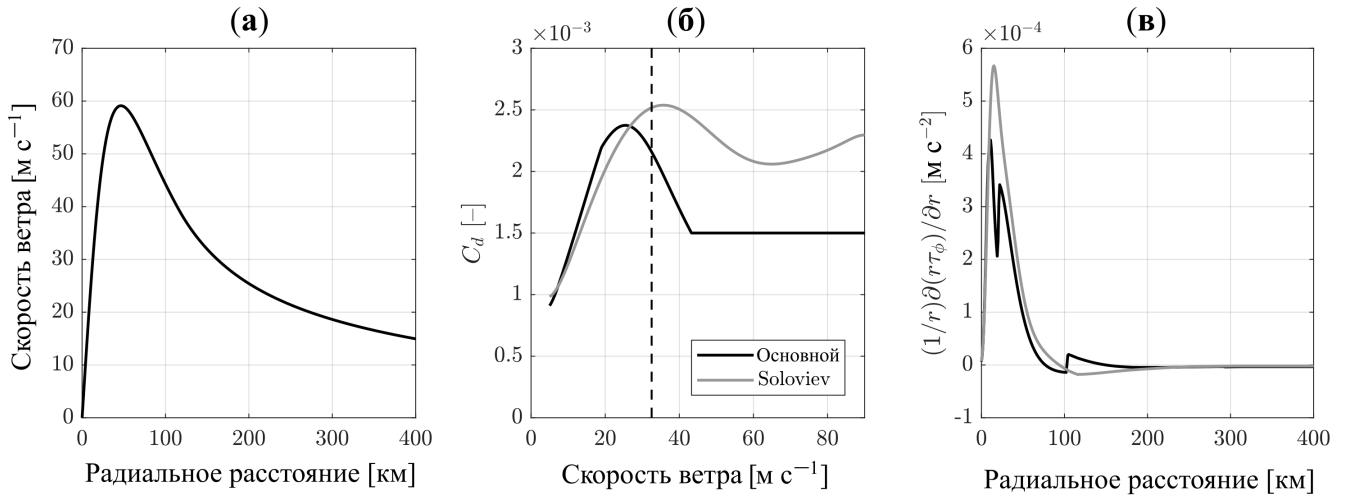
$$\frac{\eta_{bt}}{\eta_{bc}} = \frac{H_1}{\varepsilon H}. \quad (1.35)$$

При подстановке характерных для океана значений  $\varepsilon = 10^{-3}$ ,  $H_1 = 200$  м,  $H = 5000$  м, получаем отношение порядка единицы, что означает сопоставимость баротропных и бароклиновых смещений поверхности океана даже в условиях достаточно глубокого океана. По этой причине, влияние баротропной моды на аномалии ВПО, параметризованные формулой (1.33), может оказаться значительным.

Такими образом, поскольку роль бароклиновых мод более высокого порядка и баротропной моды в формировании аномалий ВПО, создаваемых движущимися ТЦ в реальных условиях, неизвестна, в этом подразделе мы проведём анализ аномалий ВПО в следах ТЦ с помощью модели баротропной и бароклиновой реакции океана, описанной выше. Формулу (1.33) совместно с двумя оценками эмпирической константы, следующих из [60, 87, 88], мы рассматриваем как эквивалент альтиметрических измерений, с которыми можно сопоставить результаты моделирования.

**1.3.2 Пример расчёта бароклиновой и баротропной аномалии ВПО в следе ТЦ.** Для иллюстрации модельных полей аномалии ВПО рассмотрим пример ТЦ Igor, который распространялся над Северной Атлантикой в 2010 году. Согласно базе данных IBTrACS [77] 15 сентября в 15:00 ТЦ имел следующие параметры: максимальная скорость ветра  $U_m = 59,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , осреднённый по квадрантам радиус скорости ветра 34 уз  $R_{34} = 312,1$  км, скорость перемещения  $V = 3,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , координаты глаза  $19,6^\circ$  с.ш.,  $55,0^\circ$  з.д. Радиальный профиль скорости ветра в ТЦ, построенный с помощью модели [65] (см. пункт 1.2.3) по радиусу 34-х узловой скорости ветра, показан на рис. 1.8, а. Согласно применяемой модели ветра в ТЦ радиус максимальной скорости ветра ( $R_m$ ) составил 41,9 км. Профиль температуры, показанный на рис. 1.9, а, и профиль солёности были взяты из базы данных ISAS20 [79] в точке, где находился ТЦ в указанное время. Профиль частоты плавучести, полученный из потенциальной плотности морской воды, которая рассчитывалась по уравнению состояния TEOS-10 [80], показан на рис. 1.9, б. На рис. 1.9, в показаны собственные функции вертикальной скорости, рассчитанные по формуле (1.26).

Значения фазовой скорости  $c_n$  для длинных волн первых трёх мод в этом случае равны 2,6, 1,4 и 0,7  $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ , соответственно.



Вертикальная штриховая линия в (б) показывает минимальную скорость ветра ТЦ первой категории по шкале Саффира-Симпсона

Рисунок 1.8 — Радиальный профиль скорости ветра, построенный с помощью модели [65] (а); зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра из [90] (чёрная линия) и [91] (серая линия) (б); радиальный профиль завихренности ветровых напряжений (в кинематических единицах) при использовании  $C_d$  из [90] (чёрная линия) и из [91] (серая линия) (в)

Для расчёта ветровых напряжений (в кинематических единицах) используется стандартное соотношение

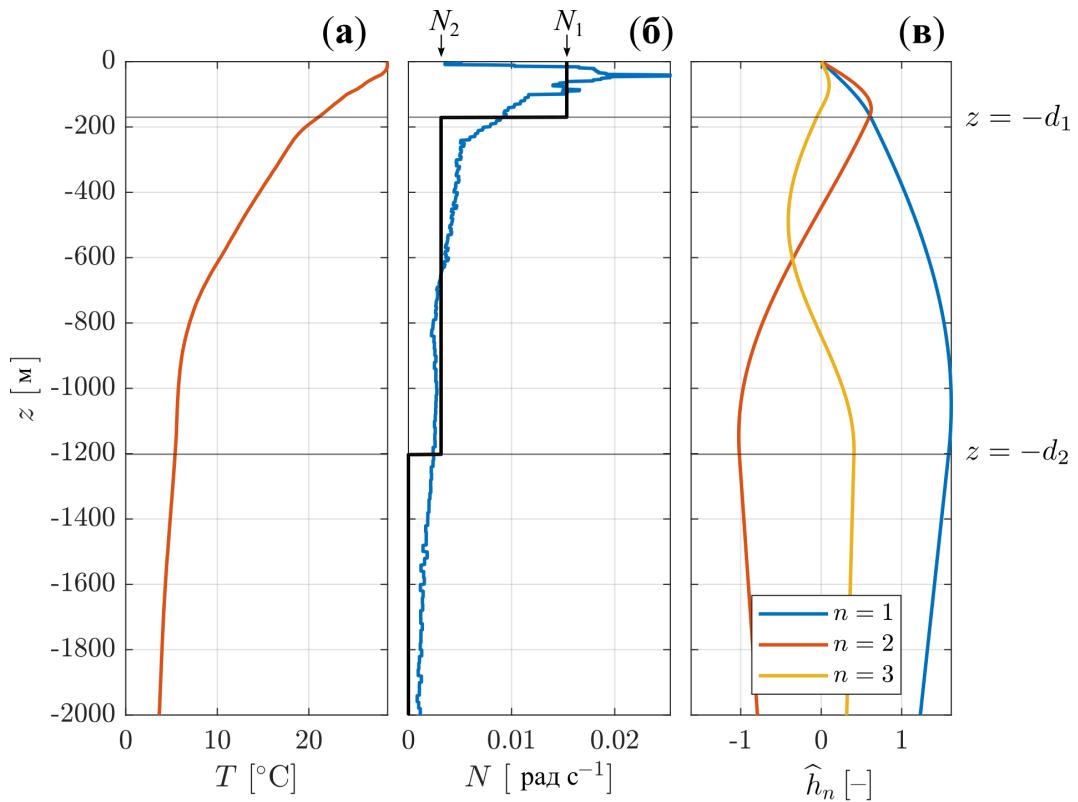
$$\boldsymbol{\tau} = (\rho_a / \rho_w) C_d \mathbf{U} |\mathbf{U}|, \quad (1.36)$$

где  $\rho_a = 1,15 \text{ кг} \cdot \text{м}^{-3}$  — плотность воздуха;

$\mathbf{U}$  — вектор скорости ветра;

$C_d$  — коэффициент сопротивления.

Коэффициент сопротивления задаётся следующим образом. При скорости ветра меньше  $40 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$   $C_d$  ведет себя как коэффициент сопротивления из работы [60, формула 18], в котором в качестве отсчётного используется  $C_d$  по модели COARE3.5 [92]. При скорости ветра больше  $40 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$   $C_d = 1,5 \cdot 10^{-3}$  (рис. 1.8, б). Таким образом, при малых и умеренных ветрах (скорость ветра меньше  $32 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ )  $C_d$  согласуется с известными данными из работ по анализу интенсивности взаимодействия океана и атмосферы, а при ураганных ветрах (скорость ветра больше  $32 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ), в условии которых о поведении  $C_d$  известно



Результат разделения столба воды на три слоя по профилю частоты плавучести показан чёрной линией в (б), где горизонтальные линии обозначают нижние границы сезонного и главного пикноклина, соответственно. Для лучшего отображения деталей вертикального распределения параметров вблизи поверхности океана диапазон глубин ограничен снизу 2 км. Глубина океана в данном случае составляет 4,8 км

Рисунок 1.9 — Начальный профиль температуры (а), частоты плавучести (б) и профили собственных функций вертикальной скорости для первых трёх бароклининых мод (в)

немного (см. пункт 1.3.3), коэффициент сопротивления принимает нейтральное значение. Пример радиального распределения завихренности ветровых напряжений приведён на рис. 1.8, в.

Аномалии ВПО, соответствующие первым трём бароклининым модам, показаны на рис. 1.10, а, б и в. Для расчёта вертикальных скоростей были заданы следующие параметры ТЦ:  $U_m = 59,1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $R_m = 41,9 \text{ км}$ ,  $V = 3,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и широта места равная  $19,6^\circ$  с.ш. Поскольку в случае всех трёх мод  $V/c_n > 1$ , для расчёта полей использовалось выражение (1.21). В бароклининых смещениях поверхности хорошо проявляются волновые колебания, связанные с инерционно-гравитационными волнами, которые оказываются стационарными в подвижной системе отсчёта. Инерционно-гравитационные волны проявляются в такой системе отсчёта всякий раз, когда постоянные разделения переменных

$c_n$  не превышают скорости перемещения ТЦ  $V$ . В этих условиях возникает множество волн, чьи фазовые скорости совпадают с проекцией вектора скорости движения вынуждающей силы (ТЦ) на направление распространения волн [67]. Волновой след имеет типичные для бароклиинной реакции черты: моды более высокого порядка имеют большую длину волны и меньший угол раствора волнового следа. Помимо волновых движений на поверхности океана, бароклиинная реакция также состоит из среднего опускания поверхности, имеющего вид впадины, вытянутой вдоль траектории ТЦ. Глубина впадины уменьшается в перпендикулярном направлении на масштабе порядка размера ТЦ. Это видно на рис. 1.11, для построения которого скорость перемещения ТЦ была искусственно уменьшена в два раза. Инерционно-гравитационные волны первой бароклиинной моды, которые были бы стационарны в подвижной системе отсчёта, в этом случае отсутствуют. Это связано с тем, что их минимальная фазовая скорость, равная  $c_1 = 2,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , не превышает скорости перемещения ТЦ  $V = 1,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Амплитуда волновых колебаний и величина среднего опускания поверхности в целом ослабевают с увеличением порядка моды. Основные свойства и закономерности формирования бароклиинного следа были подробно проанализированы в работе [26].

Баротропная аномалия ВПО, рассчитанная по вертикальной скорости (1.18), не имеет волнового следа, и представляет собой лишь впадину, чья глубина уменьшается в поперечном направлении на масштабе несколько превышающем размер ТЦ (рис. 1.10, г, 1.12, г).

При уменьшении глубины океана фазовые скорости длинных волн  $c_n$  бароклиинных мод уменьшаются, что приводит к изменению формы волнового следа: длины волн увеличиваются, а угол раствора волнового следа уменьшается, что хорошо видно на рис. 1.12 (ср. с рис. 1.10). Поскольку в рассматриваемом случае  $V/c_n < 1$  для бароклиинной моды, расчёт соответствующих ей аномалий ВПО был сделан по полю скорости (1.20). В то же время уменьшение глубины океана приводит к значительному усилению баротропного смещения поверхности, ширина которого, на первый взгляд, уменьшается вследствие уменьшения баротропного радиуса деформации (ср. рис. 1.12, г с рис. 1.10, г). Если, однако, исключить изменение интенсивности смещения, поделив поле аномалии ВПО на минимальное значение, окажется, что поперечный пространственный масштаб на рис. 1.12, г и рис. 1.10, г примерно одинаков. Это согласуется с результатами работы [86], согласно которым пространственным масштабом баротропной

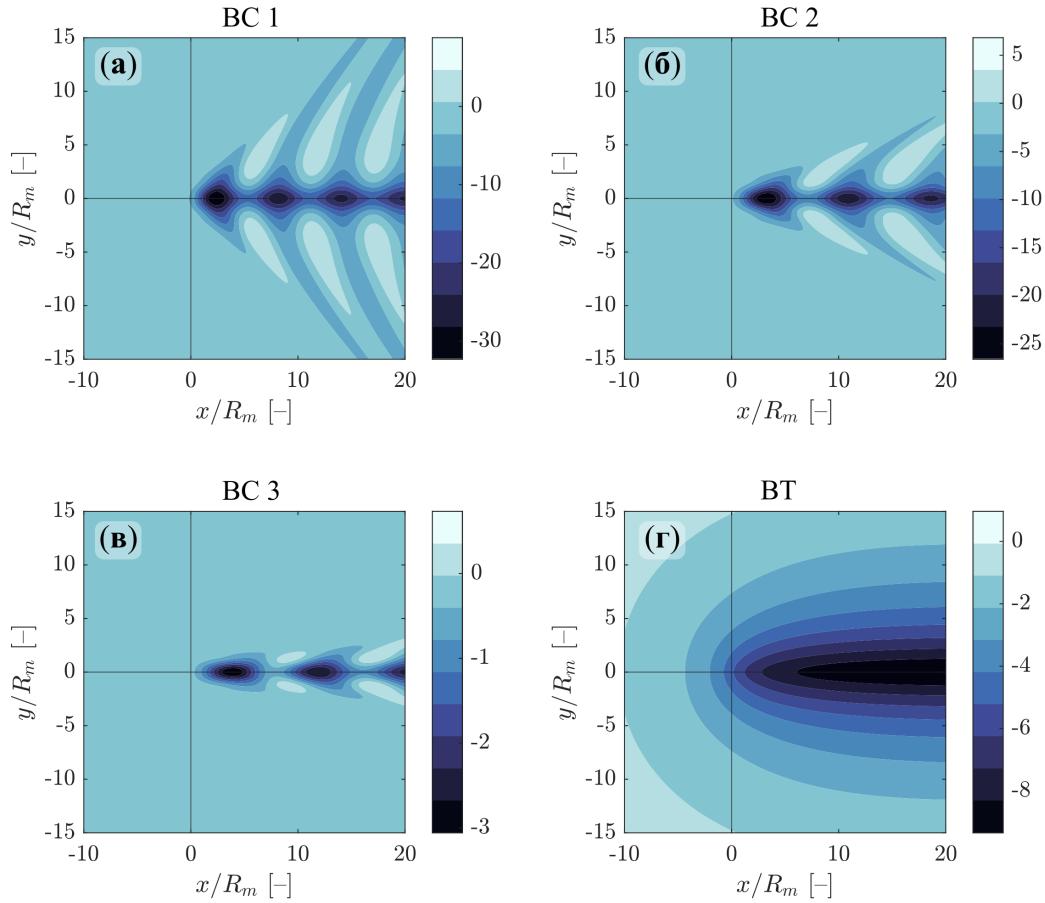
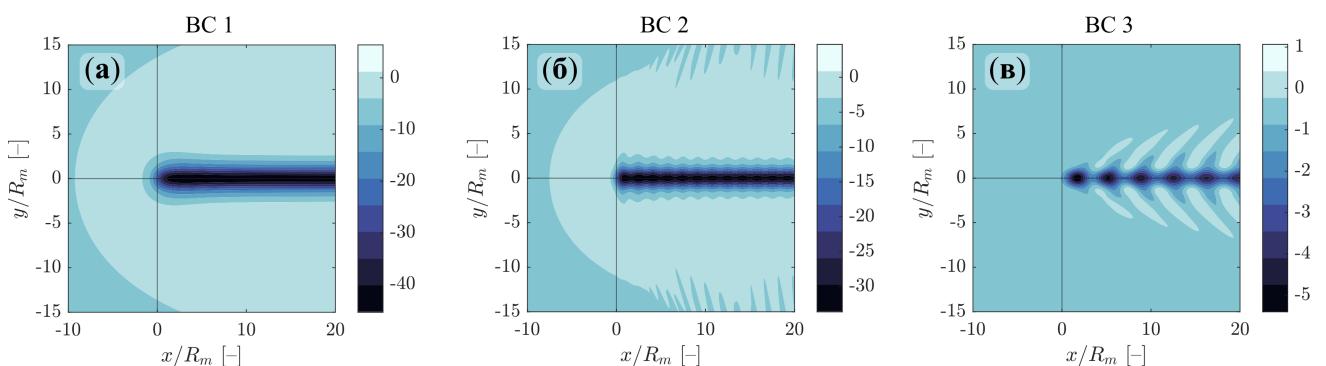


Рисунок 1.10 — Поля аномалии ВПО (см) в глубоком океане (глубина равна 4,8 км) для первой (а), второй (б), третьей (в) бароклинических мод и баротропной моды (г)



Скорость перемещения ТЦ в данном примере равна  $V = 1,6 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$

Рисунок 1.11 — Поля аномалии ВПО (см) в глубоком океане (глубина равна 4,8 км) для первой (а), второй (б) и третьей бароклинических мод (в)

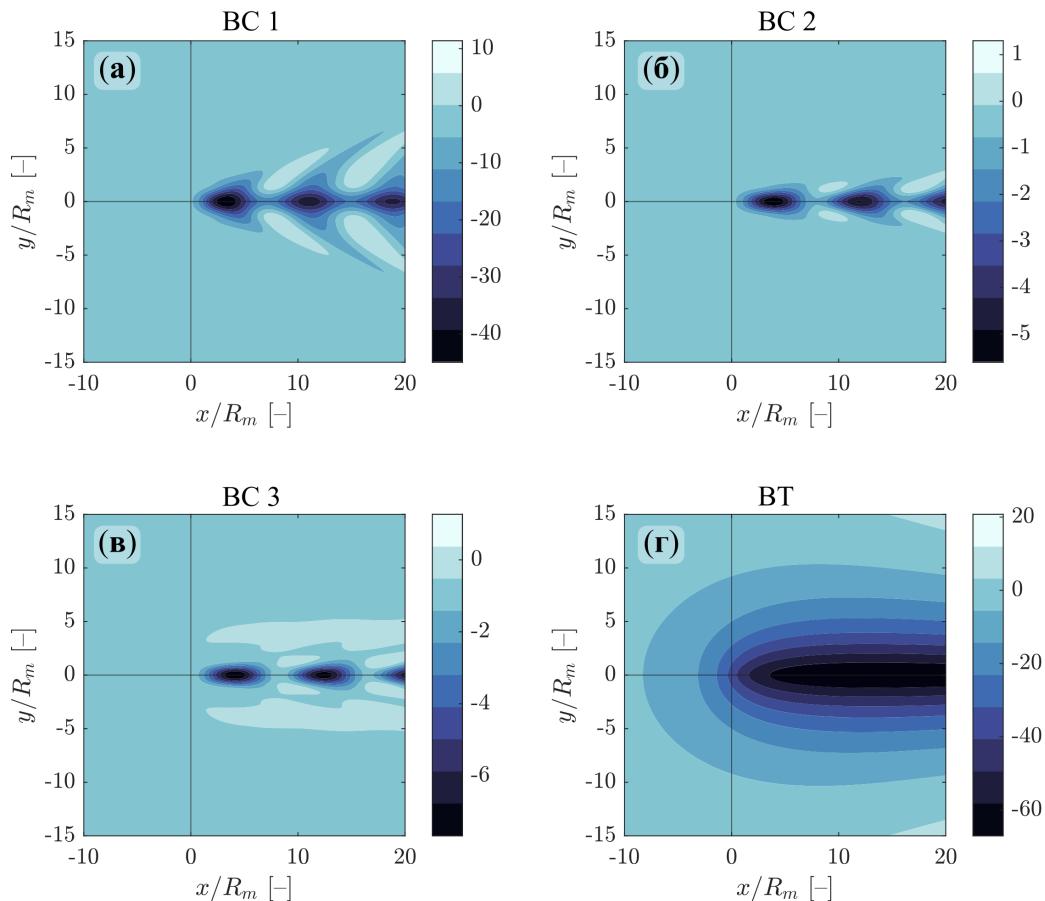


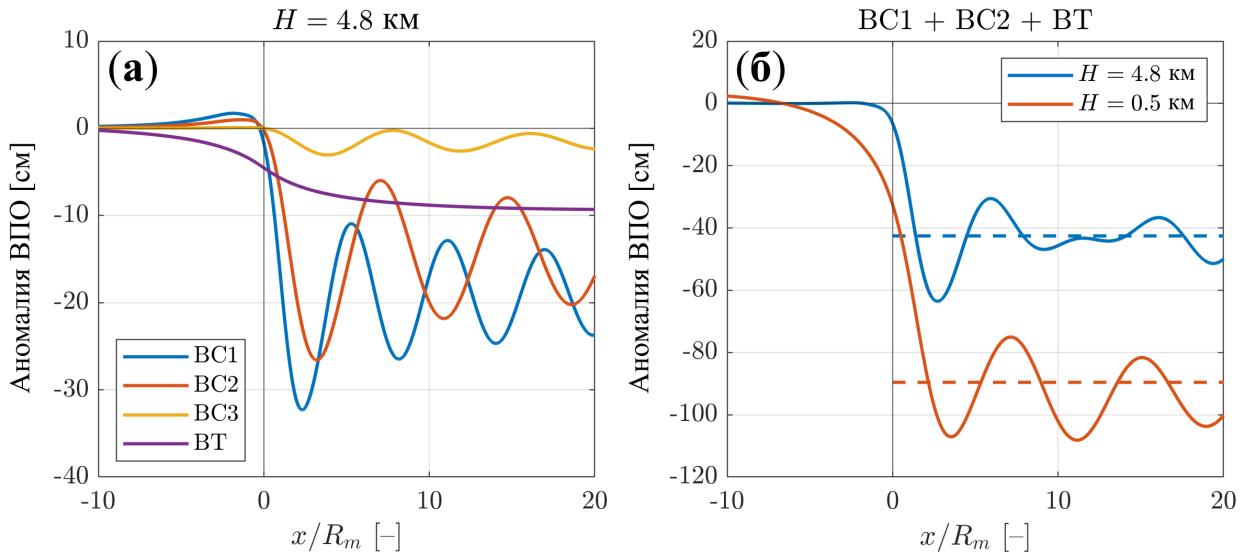
Рисунок 1.12 — Поля аномалии ВПО (см) в мелком океане (глубина равна 500 м) для первой (а), второй (б), третьей (в) бароклинических мод и баротропной моды (г)

реакции на ураган конечного размера служит расстояние, на котором достигается максимальное значение крутящего момента ветровых напряжений (в случае модели [65], оно пропорционально размеру ТЦ). Поскольку расчёты для глубоководного и мелководного вариантов проводились с использованием одного и того же поля ветра, поперечный размер возмущения на рис. 1.12, г и рис. 1.10, г действительно примерно одинаков. Зависимость интенсивности баротропной аномалии ВПО от глубины океана мы рассмотрим ниже.

Для сопоставления модельных аномалий ВПО с аномалиями, которые предсказываются параметризациями альтиметрических измерений, мы будем использовать среднее модельное значение аномалии ВПО на линии  $y/R_m = 0$  в области  $x/R_m > 0$  (см. штриховые линии на рис. 1.13)

$$\langle \eta^{(n)} \rangle = \frac{1}{L} \int_0^L \eta^{(n)}(x, 0) dx, \quad (1.37)$$

где  $L$  — граничное значение переменной  $x$  расчётной области.



Штриховые линии в (б) показывают среднюю аномалию ВПО, которая сравнивается с аномалиями ВПО, предсказываемыми параметризациями из работ [60, 84, 88]

Рисунок 1.13 — Значения полей аномалии ВПО на линии  $y/R_m = 0$ , соответствующие первой (BC1), второй (BC2), третьей (BC3) бароклиническим модам и баротропной моде (BT) из рис. 1.10 (а); значения полей аномалии ВПО на той же линии, которые соответствуют суперпозиции первых двух бароклинических мод и баротропной моды в условиях глубокого (синяя линия) и мелкого океана (оранжевая линия) (б)

Подобным образом рассчитывается также средняя аномалия для баротропной моды  $\langle \eta_{bt} \rangle$ . Выбор средней аномалии ВПО объясняется тем, что моменты альтиметрических измерений имеют случайный сдвиг относительно времени прохождения ТЦ через данную точку пространства (в работах [87, 88] этот сдвиг достигал 6 дней), поэтому вариации ВПО, вызванные инерционно-гравитационными волнами, при рассмотрении большой совокупности измерений, по которым построены параметризации [60, 87, 88], дают нулевой вклад. Чтобы не создавать дополнительного шума в модельных аномалиях ВПО, мы отфильтровываем волновые колебания из результатов моделирования путём указанного осреднения.

### 1.3.3 Моделирование аномалий ВПО в следах реальных ТЦ.

Чтобы проанализировать аномалии ВПО, создаваемые реальными ураганами, мы рассмотрим ТЦ, существовавшие в разных районах Мирового океана с 2010 по 2020 гг. Источником данных о параметрах циклонов служит база данных IBTrACS [76, 77]. Профили температуры и солёности в точках нахождения ТЦ

восстанавливаются из базы данных ISAS20 [79]. Подробное описание отобранных ТЦ и баз данных IBTrACS, ISAS20, а также модели ветра в ТЦ [65], с помощью которой строится поле ветровых напряжений, дано в подразделе 1.2. Профили потенциальной плотности в точках расположения ТЦ рассчитываются по профилям температуры и солёности с помощью уравнения состояния TEOS-10 [80].

Модель бароклинной и баротропной реакции океана [59], описанная выше, была построена для идеализированных условий, в которых параметры ТЦ постоянны во времени, стратификация океана горизонтально однородна, а изменения параметра Кориолиса с широтой не учитываются. Для применения этой модели к реальным условиям мы предполагаем, что параметры  $U_m$ ,  $R_m$  и  $V$ , соответствующие данному ТЦ в данный момент времени, постоянны, а профиль частоты плавучести, полученный из профилей температуры и солености, интерполированных на точку расположения ТЦ, горизонтально однороден. Аномалии ВПО рассчитываются в идеализированной расчётной области в каждом положении ТЦ. Входными параметрами модели являются поле ветра, построенное по параметрам циклона, и плотностная стратификация в точке нахождения урагана. Расчётная область имеет форму квадрата со стороной  $2R_{bt}$ , где  $R_{bt} = \sqrt{gH}/f$  – баротропный радиус деформации для данного положения ТЦ, зависящий от локальной глубины и широты. Пространственное разрешение задаётся равным  $R_m/5$ . В каждом идеализированном расчёте вычисляются средние значения аномалий ВПО по формуле (1.37) для разных мод и их суперпозиций, которые являются основной анализируемой переменной в этому Разделе.

Для анализа аномалий ВПО, мы отобрали только те положения ТЦ, в которых  $U_m/(fR_m) \geq 10$ , поскольку в этих случаях параметры  $U_m$  и  $R_m$  совпадают с фактической максимальной скоростью ветра и её радиусом, которые предсказываются моделью [65] (см. пункт 1.2.3). Из-за того, что трёхслойная аппроксимация плохо работает в условиях очень малых глубин океана, мы исключаем из анализа положения ТЦ, в которых локальная глубина меньше 200 м.

Сперва рассмотрим роль бароклинических мод в формировании аномалий ВПО, ограничиваясь при этом первыми тремя модами. Как показывают расчёты, влияние мод более высокого порядка можно считать пренебрежимо малым. Распределение вклада каждой из первых трёх бароклинических мод в аномалию

ВПО, полученную по их суперпозиции, показано на рис. 1.14. Из него следует, что первая мода, как правило, играет определяющую роль. Больше половины полной аномалии приходится именно на эту моду. Вторая мода также может брать на себя значительную долю суммарной аномалии ВПО, однако её вклад практически не превышает 60 %. В целом вклад  $n$ -й бароклинной моды в полную аномалию ВПО уменьшается с увеличением её номера, так что доля суммарной аномалии, которая приходится на третью моду, почти не превышает 25 %.

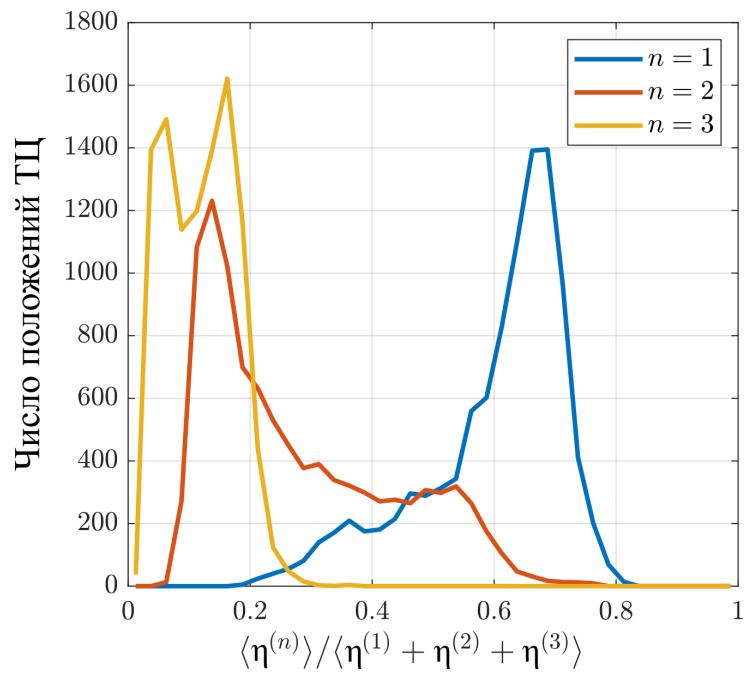


Рисунок 1.14 — Распределение отношения аномалии ВПО  $n$ -й бароклинной моды к аномалии, полученной по суперпозиции первых трёх бароклиных мод

На рис. 1.15 показано отношение аномалий ВПО разных моды друг к другу. Вклад второй бароклиновой моды по сравнению с первой более существенен. В 50 % случаев вторая бароклиновая мода приводит к увеличению средней аномалии ВПО более чем на 36 %. Среди этих случаев можно выделить те, в которых учёт второй моды приводит к увеличению средней аномалии ВПО в 2 и более раза. Вклад третьей моды в сумму первых двух приводит к менее существенному эффекту. В подавляющем большинстве случаев учет третьей моды приводит к увеличению аномалии ВПО, не превышающему 30 %, причём в половине случаев увеличение аномалии не превышает 14 % по сравнению со средней аномалией ВПО, полученной по суперпозиции первых двух мод.

Теперь рассмотрим роль баротропной моды в формировании аномалии ВПО. На рис. 1.16 показано отношение аномалии ВПО связанной с баротропной

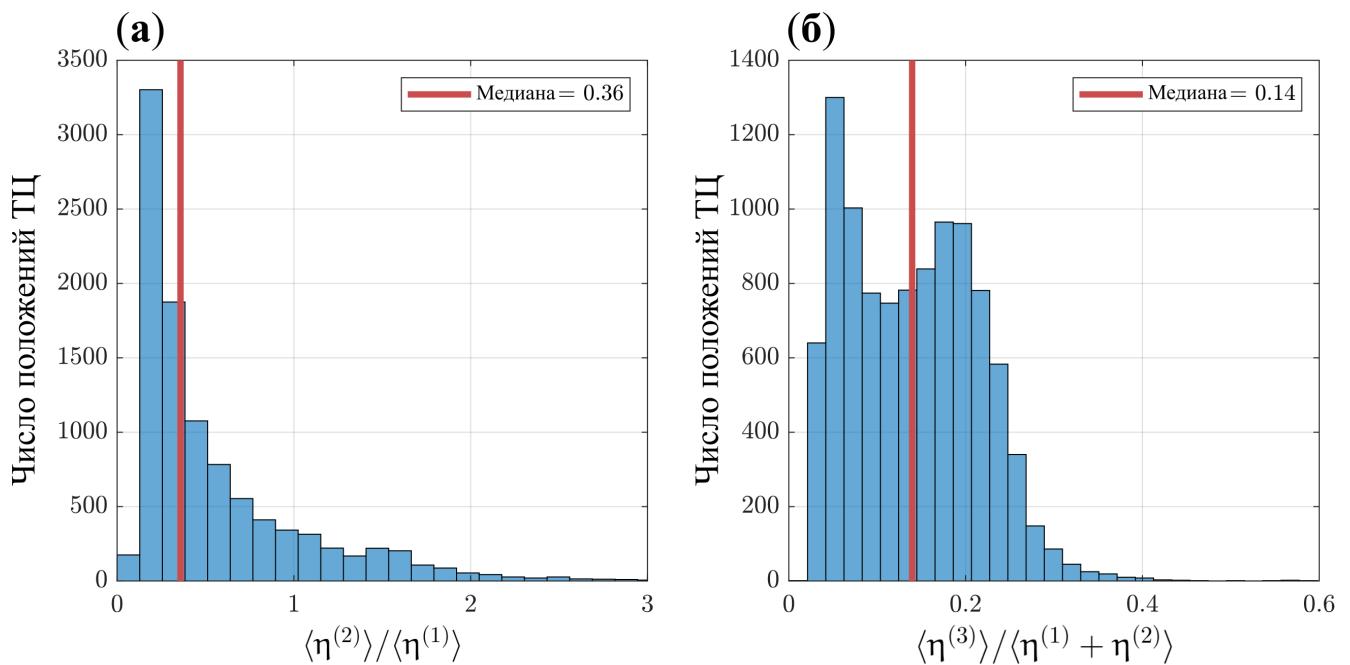
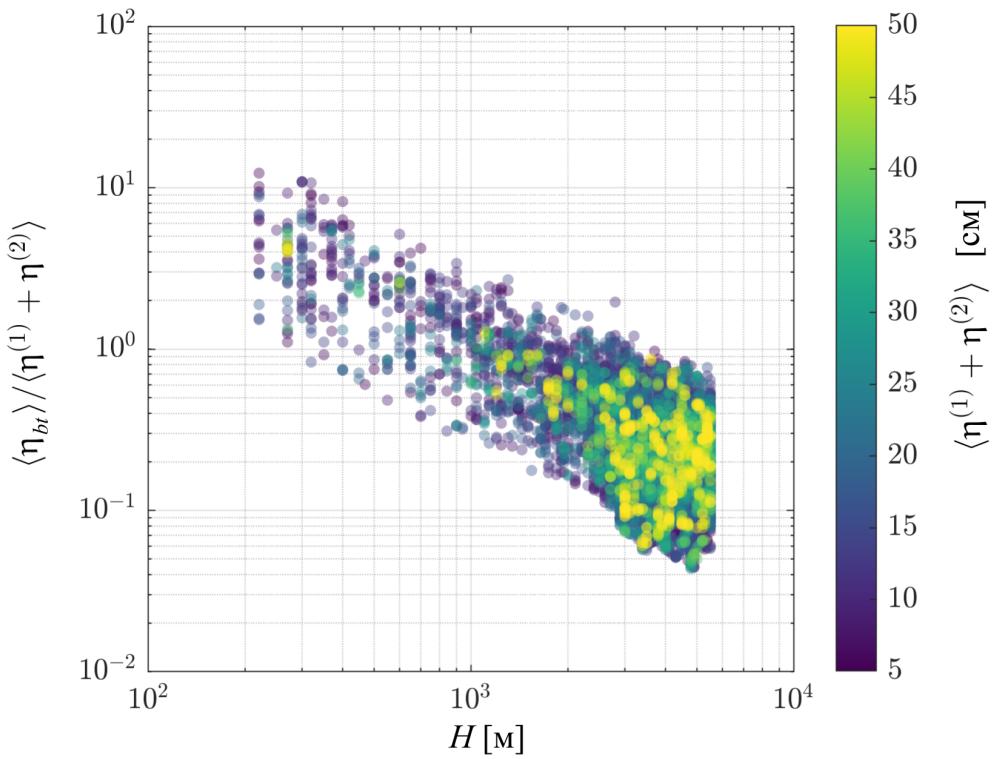


Рисунок 1.15 — Гистограмма отношения аномалии ВПО, созданной второй бароклинной модой, к аномалии ВПО, созданной первой модой (а); гистограмма отношения аномалии ВПО, созданной третьей бароклинной модой, к аномалии, рассчитанной по сумме первых двух мод (б)

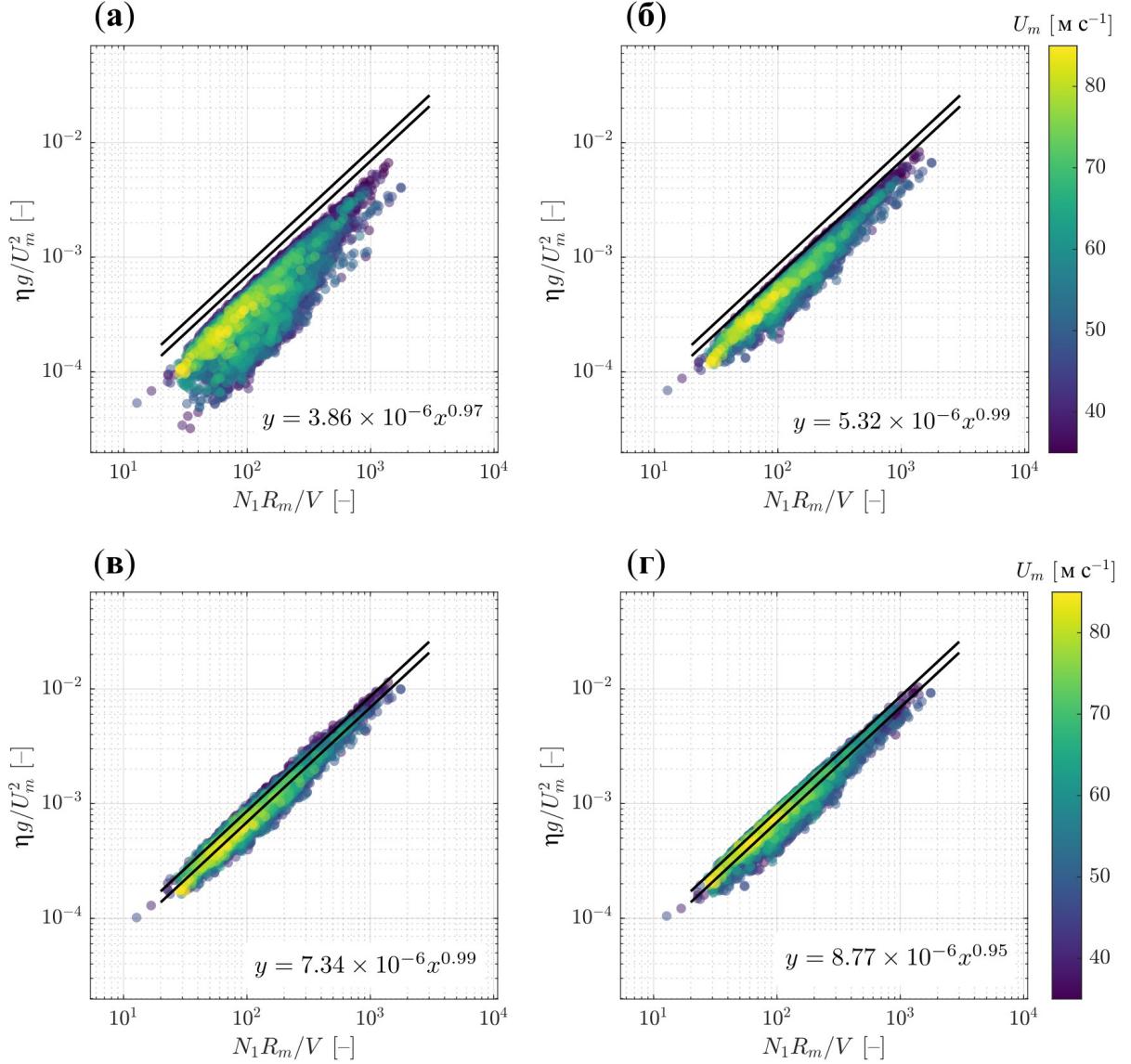
модой к средней аномалии, сформированной первыми двумя бароклиническими модами. Даже при глубине океана 5,5 км баротропные аномалии составляют 20% от бароклинических аномалий ВПО, т.е. они не являются пренебрежимо малыми. При глубинах меньше 2 км баротропное смещение поверхности может быть более значимым, а при глубинах 500 м и меньше оно в два и более раз превышает бароклинические аномалии ВПО. Цветовая раскраска на рис. 1.16 показывает, что баротропная мода увеличивает аномалию ВПО, связанную с двумя бароклиническими модами, больше чем в два раза в тех случаях, в которых бароклинические аномалии ВПО не превышают 50 см. Усиление баротропного смещения поверхности и, соответственно, баротропных течений при уменьшении глубины было ранее показано теоретически [26] и позже подтверждено небольшой серией численных экспериментов [93]. Отметим, что в рисунке максимальные глубины равны 5500 м, что связано с ограничением вертикальной сетки в базе данных ISAS20, которая заканчивается именно на этой глубине. Если, однако, рассмотреть реальные глубины, восстановленные, например, по базе данных ETOPO, то результаты в случаях, в которых глубина океана превышает 5500 м, практически не меняются.



Цветом показана средняя аномалия ВПО, вызванная суперпозицией первых двух бароклинических мод

Рисунок 1.16 — Отношение баротропной аномалии ВПО к аномалии, рассчитанной по суперпозиции первой и второй бароклинических мод, при разных глубинах океана

На рис. 1.17, а представлены результаты моделирования в безразмерных переменных, соответствующих параметрической зависимости (1.33). Из этого и последующих рисунков мы исключили расчеты с глубинами меньше 2 км, чтобы соответствовать данным, по которым построены параметризации [87, 88]. При учёте только первой бароклинической моды степенной характер закона (1.33) моделью воспроизводится, однако модель значительно недооценивает уровень аномалий ВПО, предсказываемых (1.33). Если учесть вторую бароклиническую моду, то степенная зависимость становится более явной, а уровень аномалии ВПО значительно приподнимается (рис. 1.17, б). Несмотря на эти улучшения, средний уровень модельных смещений всё ещё не достигает уровня параметризации. Добавление третьей бароклинической или баротропной моды по-отдельности к двум бароклиническим модам существенно не улучшает согласованность модели и параметризации. Если, однако, рассмотреть суперпозицию трёх бароклинических мод и баротропной моды, аномалии ВПО заметно усиливаются до степени, в которой уровни модельных смещений поверхности и параметризации почти совпадают



Чёрными линиями показаны параметризации [60, 87] (нижняя линия) и параметризация [88] (верхняя линия). Цвет обозначает максимальную скорость ветра в ТЦ. Показаны случаи, в которых локальная глубина океана не меньше 2 км

Рисунок 1.17 — Средняя аномалия ВПО, нормированная на масштаб  $U_m^2/g$ , как функция параметра  $N_1 R_m/V$  в случае, когда смещение поверхности, рассчитывается по первой бароклинной моде (а), суперпозиции первых двух бароклиных мод (б), суперпозиции первых трёх бароклиных мод и баротропной моды (в) и суперпозиции первых трёх бароклиных мод при использовании закона сопротивления из [91] (г)

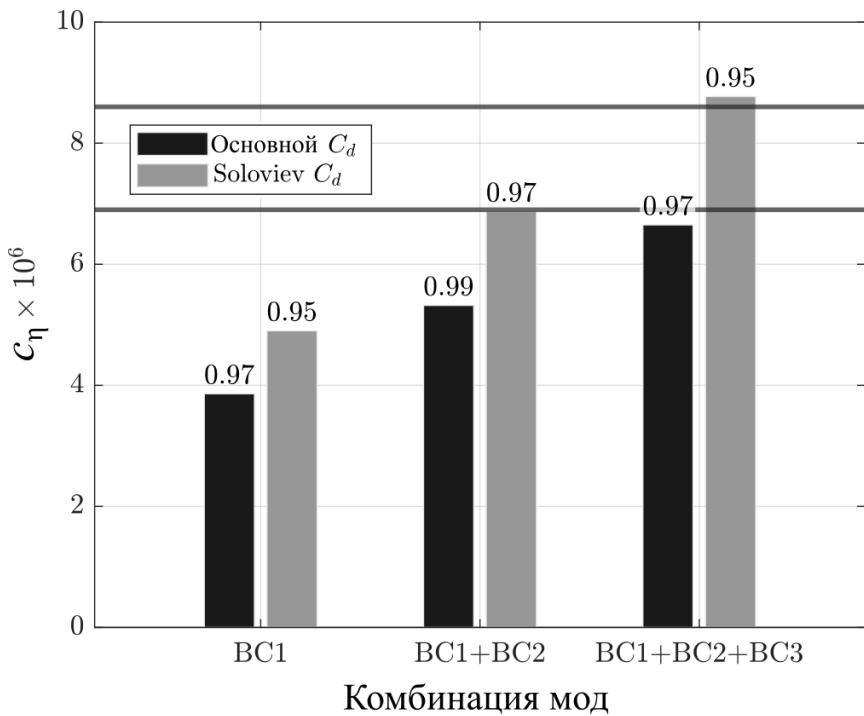
(рис. 1.17, в). Аппроксимация модельных данных зависимостью (1.33) даёт показатель степени 0,98, практически совпадающий с единицей, и константу пропорциональности  $c_s = 7,46 \cdot 10^{-6}$ , находящуюся между значениями  $c_s$  в параметризациях [60, 87, 88].

Полученные результаты ясно указывают на то, что альтиметрические измерения аномалий ВПО имеют многомодовый состав, причём баротропная мода играет заметную роль даже в условиях глубокого океана с глубинами, превышающими 2 км.

Тем не менее, присутствие баротропной составляющей в этом составе, представляется маловероятным по следующей причине. Как отмечено в работе [26], геострофические течения, сопровождающие баротропную впадину на поверхности океана, должны «чувствовать» изменение параметра Кориолиса с широтой в виду большого масштаба баротропного возмущения (ср. например, рис. 1.10, а и б). После прохождение ТЦ это возмущение распадается на планетарные волны и, таким образом, постепенно исчезает. С бароклиническим возмущением происходит то же самое, однако время жизни бароклинической впадины, образующейся в результате поднятия пикноклина, имеет порядок нескольких недель, в то время как баротропное возмущение испытывает значительное затухание уже за время порядка суток [28]. Напомним, что временная задержка между измерениями альтиметров, по которым были построены параметризации [60, 87, 88], и прохождением глаза ТЦ достигала недели, поэтому, учитывая, что в исходных уравнениях (1.1) бета-эффект не рассматривался, наши выводы, касающиеся вклада баротропной моды в долгоживущие аномалии ВПО, измеряемые спутниковыми альтиметрами, являются скорее некорректными.

Рассматривая результаты на рис. 1.17, в, как неправдоподобные, мы ограничиваемся рассмотрением аномалий ВПО, сформированных только суперпозицией бароклинических мод. Как мы говорили, три бароклинические моды несколько недооценивают эмпирические оценки аномалий ВПО. В качестве варианта улучшения соответствия между моделью и данными измерений можно рассмотреть модификацию коэффициента сопротивления.

О поведении коэффициента сопротивления при скоростях ветра больше  $40-50 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  известно немного. Экспериментальные оценки разнятся даже в определении тенденций поведения коэффициента сопротивления при ураганных ветрах. Так, например, результаты одних работ указывают на почти



Числа над столбиками показывают показатели степени  $q$ . Чёрные и серые столбики иллюстрируют расчёты, в которых использовалась зависимость  $C_d$  от скорости ветра, показанная чёрной и серой линией на рис. 1.8, б, соответственно. Горизонтальные линии показывают значения коэффициента пропорциональности из параметризаций [60, 87] —  $6,9 \cdot 10^{-6}$  и [88] —  $8,6 \cdot 10^{-6}$

Рисунок 1.18 — Значение константы пропорциональности  $c_\eta$  и показателя степени  $q$  в аппроксимации результатов моделирования степенной функцией  $\eta g/U_m^2 = c_\eta(N_1 R_m/V)^q$  при различных комбинациях мод и с использованием разных коэффициентов сопротивления

постоянное значение  $C_d$  при ураганных ветрах [94, 95], которое составляет от  $2 \cdot 10^{-3}$  до  $2,5 \cdot 10^{-3}$ . Результаты работ последних лет [60, 88, 96, 97] свидетельствуют о тенденции уменьшения коэффициента сопротивления при увеличении скорости ветра. Среди прочих можно выделить работу [91], авторы которой, основываясь на результатах лабораторных экспериментов и численного моделирования, предложили иную параметризацию закона сопротивления, в которой нет монотонного затухания  $C_d$  при увеличении скорости ветра. При скоростях ветрах больше  $25 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  эта параметризация дает систематически большие значения  $C_d$  по сравнению той, которая использовалась до сих пор (рис. 1.8, б)

Использование  $C_d$  из работы [91] при расчёте ветровых напряжений заметно улучшает соответствие между модельными аномалиями ВПО, полученным по суперпозиции трёх бароклинических мод, и параметризацией альтметрических измерений (рис. 1.17, г). Аппроксимация модельных смещений степенной функ-

цией  $\eta g/U_m^2 = c_\eta (N_1 R_m/V)^q$  даёт показатель степени  $q = 0,96$  и константу пропорциональности  $c_\eta = 8,4 \cdot 10^{-6}$ , которая оказывается близка к константе  $8,6 \cdot 10^{-6}$  в параметризации [88]. Рис. 1.18 показывает, как меняются константа пропорциональности и показатель степени в аппроксимации модельных аномалий ВПО формулой (1.33) при рассмотрении разных комбинаций бароклиновых мод. Из этого рисунка следует, что наиболее оптимальными с точки зрения воспроизведения уровня средней аномалии ВПО является вариант с тремя бароклиновыми модами, при моделировании которых используется коэффициент сопротивления в виде [91].

## 1.4 Выводы к Разделу 1

В этом разделе было проведено моделирование реакции уровня моря на прохождение ТЦ с целью интерпретации аномалий ВПО, наблюдавшихся спутниковыми альтиметрами в следах ТЦ. По итогам моделирования были получены следующие результаты:

1) Вклад второй бароклиновой моды в аномалии ВПО, связанные с прохождением ТЦ, нельзя считать пренебрежимо малым по сравнению со вкладом первой моды. В половине рассмотренных случаев, к которой относятся следы ураганов, существовавших в разных районах Мирового океана с 2010 по 2020 гг., аномалии ВПО, связанные со второй бароклиновой модой, превышают треть от аномалий ВПО первой моды, причём наблюдаются ситуации, в которых смещения поверхности от второй моды оказываются сопоставимы и даже превышают по амплитуде смещения от первой моды. Относительный вклад третьей бароклиновой моды заметно слабее: связанные с ней аномалии ВПО практически не превышают трети аномалии, рассчитанной по суперпозиции первых двух мод.

2) Баротропные аномалии ВПО существенны при глубине океана 1 км и меньше, и могут быть в два раза интенсивнее, чем суммарная аномалия ВПО первых двух бароклиновых мод в рамках упрощённой модели бароклиновой и баротропной реакции океана на ТЦ.

3) Для воспроизведения спутниковых измерений аномалий ВПО необходимо учитывать по меньшей мере две бароклиновые моды в рамках модели бароклиновой и баротропной реакции океана на ТЦ при использовании относительно большого коэффициента сопротивления при ураганных ветрах.

Материалы Раздела 1 опубликованы в работах [98, 99].

## РАЗДЕЛ 2 ПРОЯВЛЕНИЕ ТЦ В ДОПЛЕРОВСКОЙ СКОРОСТИ ОКЕАНА

### 2.1 Течения, генерируемые ТЦ, и проблема их наблюдения из космоса

Течения в океане, возникающие под влиянием ТЦ, по своей природе сильно агеострофичны. Наряду с течением, связанным с геострофически приспособленными баротропной и бароклинной впадинами на поверхности океана, в океане также возникает дрейфовая составляющая и составляющая, связанная с распространением инерционно-гравитационных волн.

Течения, создаваемые ТЦ, могут быть очень велики. Измерения дрейфующих буёв, усредненные в пределах семи радиусов максимальной скорости ветра, показывают, что пространственно осреднённые течения, вызываемые прохождением ТЦ, достигают  $0,4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  для циклонов первой категории по шкале Саффира–Симпсона [40], причём более интенсивные течения наблюдаются на меньших расстояниях от ТЦ и в более сильных ураганах. Течения, создаваемые конкретными ТЦ, по данным индивидуальных измерений могут быть ещё сильнее. Например, в [100] наблюдали вызванные ТЦ скорости течений близкие к  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , измеренные с помощью бортового ADCP. В [101] измерили течения со скоростью  $1\text{--}1,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  с помощью поплавков EM-APEX в слое от 20 до 100 м.

Регулярных и надёжных спутниковых измерений таких течений в открытом океане нет. Единственным спутниковым инструментом, в измерениях которого содержится информация о скорости суммарного поверхностного течения, является доплеровский скаттерометр, который, например, установлен на космических PCA Sentinel-1A и 1B.

Концептуально доплеровский скаттерометр предназначен для непрерывного и одновременного измерения приводного ветра и морских поверхностных течений в Мировом океане [102–105]. Для восстановления скорости приводного ветра в ТЦ по измерениям такого скаттерометра существуют алгоритмы [106, 107], которые широко используются на практике [83, 84, 108]. Такие скаттерометры также измеряют доплеровскую скорость (DV) поверхности, которая отражает скорость присутствующих на поверхности океана течений. Однако, восстановление скорости течения по измерениям доплеровских скаттерометров

представляет собой более сложную задачу по причине большого количества факторов, определяющих величину DV.

Доплеровская скорость, измеряемая такими скаттерометрами, является комбинацией орбитальных скоростей волн (скорость частиц воды, совершающих волновые колебания) и поверхностных течений, поэтому для глобального восстановления последних в океане основной проблемой является устранение влияния поверхностного волнения на доплеровскую скорость [109–111].

Благодаря влиянию течений и поверхностных волн ТЦ создаёт характерную сигнатуру в DV, моделирование которой до сих пор не было проведено. В данном контексте, с одной стороны, возникает задача об оценке относительного вклада различных физических механизмов в образ ТЦ в DV. С другой стороны, моделирование доплеровских характеристик ТЦ на поверхности океана даёт возможность, хоть и опосредованно, но проверить применимость модели динамической реакции океана на ТЦ.

Моделирование доплеровской скорости поверхности океана проводится с помощью модели TC-DOP, которая основана на комплексе физических моделей ветра, волн, течений в ТЦ и радиофизической модели поверхности моря.

## 2.2 Модель TC-DOP

**2.2.1 Радиофизическая модель доплеровской скорости.** Доплеровскую скорость морской поверхности можно представить в виде суммы трех векторов скорости, спроектированных на направление зондирования скаттерометра

$$DV = \left( \mathbf{u}_{cu} + \mathbf{u}_{sc} + \frac{\langle \sigma' \mathbf{u}' \rangle}{\langle \sigma \rangle} \right) \cdot \frac{\mathbf{k}_r}{|\mathbf{k}_r|}, \quad (2.1)$$

где  $\mathbf{u}_{cu}$  — вектор скорости фактического поверхностного течения;

$\mathbf{u}_{sc}$  — вектор скорости движения мелкомасштабных рассеивающих элементов поверхности (брэгговских волн и барашков обрушающихся волн);

$\mathbf{k}_r$  — волновой вектор излучаемых радиоволн.

Последний член в (2.1) описывает механизм возникновения доплеровской скорости из-за присутствия волн на поверхности моря, связанный с корреляцией волновых вариаций удельной эффективной площади рассеяния (УЭПР)  $\sigma'$

поверхности моря и орбитальных скоростей  $\mathbf{u}'$  [112, 113]. Осреднение измерений по большому пятну облучения скаттерометра приводит к возникновению искусственной доплеровской скорости, которая не отражает фактических течений на поверхности моря.

Для моделирования волновой составляющей доплеровской скорости применяются разные подходы (прямое численное моделирование, параметризации и концепция модуляционной передаточной функции, см. Введение в [114]). Здесь используется полуэмпирическая модель радиальной доплеровской скорости, предложенная в [115] (далее модель KaDOP). KaDOP основана на измерениях в режиме VV и HH поляризации (VV означает, что поляризация излучаемого и принимаемого сигнала вертикальна, HH — горизонтальна) в Ка-диапазоне микроволнового участка электромагнитного спектра. Её особенностью является использование эмпирической модуляционной передаточной функции, описывающей влияние всех основных механизмов обратного рассеяния морской поверхности [116]. Несмотря на то, что KaDOP была построена по измерениям Ка-диапазона, её также можно применить к С-диапазону [114], который является рабочим, например, для функционирующих спутниковых радаров Sentinel-1A,B.

KaDOP основана на двухмасштабном представлении морской поверхности: рассеивающие сигнал радара короткомасштабные поверхностьные волны, модулируемые более длинномасштабными поверхностьюми волнами. Влияние длинных поверхностьных волн на DV возникает из-за корреляции между локальной эффективной площадью рассеяния (обеспечиваемой короткими волнами) и орбитальными скоростями длинных волн. Это приводит к возникновению упомянутой выше волновой доплеровской скорости, которая в модели KaDOP оценивается по формуле

$$\frac{\langle \sigma' \mathbf{u}' \rangle}{\langle \sigma \rangle} \cdot \frac{\mathbf{k}_r}{|\mathbf{k}_r|} = \sum_{n=1}^2 \beta_n \operatorname{Re} \{ M(\theta, \varphi_n, U_{10}) G(\theta, \varphi_n) \} (k_{pn} H_{pn}/2)^2 c_{pn}, \quad (2.2)$$

где  $\theta$  — угол падения радиоволны;

$\varphi_n$  — угол между направлением зондирования радара и распространения спектрального пика;

$G$  — геометрический коэффициент;

$M$  — эмпирическая модуляционная передаточная функция [116];

$U_{10}$  — скорость ветра на высоте 10 м;

$k_{pn}, c_{pn}, H_{sp}$  — волновой вектор, фазовая скорость и высота значительных волн (SWH) спектрального пика системы волн;

$\beta$  — безразмерный коэффициент (параметр масштабирования), зависящий от формы частотного спектра морской поверхности (см. Приложение D в [115]).

В модели KaDOP считается, что в присутствие на поверхности моря нескольких систем длинных волн, каждая из них формирует свою доплеровскую скорость независимо от других, поэтому выше написана сумма для двух систем волн, в которой  $n = 1$  соответствует ветровым волнам, и  $n = 2$  — зыби. Для моделирования полей высот и длин волн применяется параметрическая модель волнения в ТЦ, которая будет описана ниже. Более подробное описание модели доплеровской скорости, в частности метод расчёта  $\mathbf{u}_{sc}$  в формуле (2.1), можно найти в [114].

**2.2.2 Модель ветра.** Источником данных об основных параметрах ТЦ (максимальная скорость ветра, её радиус, радиусы скоростей ветра 34, 50 и 64 уз) является база данных IBTrACS [76, 77]. На основе этих параметров поле скорости ветра в ТЦ рассчитывается по модифицированной модели [117]

$$U_{10}(r) = \sqrt{(U_m^2 + U_m R_m f) \left(\frac{R_m}{r}\right)^B \exp\left\{1 - \left(\frac{R_m}{r}\right)^B\right\} + \left(\frac{rf}{2}\right)^2 - \frac{rf}{2}}, \quad (2.3)$$

где  $U_m$  — максимальная скорость ветра в ТЦ на высоте 10 м;

$R_m$  — радиус максимальной скорости ветра;

$f$  — параметр Кориолиса;

$B$  — параметр, определяющий скорость затухания ветра на периферии ТЦ, который варьируется примерно от 0,5 до 2,5.

Векторное поле скорости ветра радиально симметрично и строится с учётом отклонения направления вектора от чисто тангенциального на угол вtoka  $20^\circ$ .

Чтобы рассчитать ветровые напряжения  $\tau = (\rho_a/\rho_w)C_dU_{10}^2$  на поверхности моря, коэффициент сопротивления  $C_d$  задавался в виде, предложенном в

работе [59]

$$\frac{1}{C_d} = \left( \frac{1}{C_{d0}^2} + \frac{1}{C_{dh}^2} \right)^{1/2}, \quad (2.4)$$

где  $C_{d0}$  — коэффициент сопротивления при нейтральной стратификации, рассчитанный с использованием алгоритма COARE3.5 [92];

$C_{dh} = u_{*sat}^2/U_{10}^2$  при  $u_{*sat}^2 = 3 \text{ м}^2 \cdot \text{с}^{-2}$ , которое определяет асимптотическое поведение коэффициента сопротивления при ураганных ветрах.

Такое представление коэффициента сопротивления обеспечивает переход  $C_d$ , который обычно используется при слабых и умеренных ветрах (до  $20 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ), к насыщению и последующему падению при более сильных ветрах [59, 118]. Асимптотическое поведение коэффициента сопротивления (2.4) согласуется с измерениями сбрасываемых в ураганах GPS-зондов [96, 97] и альтиметрическими измерениями реакции океана на движущиеся ТЦ [60]. Предполагается, что направление ветрового напряжения совпадает с направлением приповерхностного ветра.

Использование указанных закона сопротивления и модели ветра в ТЦ связано с тем, что для таких условий была построена модель ветрового волнения в ТЦ, которая будет описана ниже.

**2.2.3 Модель волнения.** Для заданного поля ветра, движущегося с постоянной скоростью  $V$  над океаном, параметры поверхностных волн, создаваемых ТЦ, рассчитываются с использованием геофизической модельной функции волнения в ТЦ (TCW-GMF) [119, 120], разработанной для поля ветра в форме (2.3) и являющейся упрощением двумерной параметрической модели волнения, предложенной в [60] для произвольного поля ветра. В основе двумерной параметрической модели, предсказывающей эволюцию волновых пакетов, лежат идеи о пропорциональности скорости диссипации энергии ветровых волн ветровой накачке, которая в свою очередь полагалась пропорциональной множителю  $(u_*/c_p)^2$ . Последнее вместе с «магическим соотношением» [20] позволило установить показатели степени в уравнениях для энергии и частоты в известных законах развития волнения, которые использовались для инициализации модели. С помощью этих законов авторы получили, что скорость диссипации волновой энергии пропорциональна крутизне доминантных волн

в шестой степени — результат, который был подтверждён экспериментально в работе [98].

TCW-GMF включает двумерные автомодельные функции, обобщающие ряд симуляций модели [121] для ТЦ с различными параметрами. Эта геофизическая модельная функция использует небольшое количество параметров окружающей среды (максимальная скорость ветра, радиус циклона, скорость его перемещения и параметр формы ветра  $B$ ) для получения предварительной оценки SWH ветровых волн, их длины и полей направления распространения волн в области ТЦ с использованием алгоритма, описанного в [120]. Поле ветровых волн дополняется аналитическим описанием волн зыби, которые излучаются из наиболее интенсивной области урагана. Суперпозиция систем ветровых волн и зыби дает полное волновое поле в условиях смешанного волнения.

**2.2.4 Модель скорости поверхностного течения.** Вектор скорости течения на поверхности океана можно представить в виде суммы скоростей  $\mathbf{u}_{cu} = \mathbf{u}_{tc} + \mathbf{u}_g$ , в которой  $\mathbf{u}_{tc}$  вызвана прохождением ТЦ и  $\mathbf{u}_g$  связана с фоновыми крупномасштабными геострофическими течениями. Вызванные ТЦ течения рассчитываются по модели [59], в которой вектор горизонтальной скорости на поверхности океана представляется в виде суммы бароклинной и дрейфовой составляющих

$$\mathbf{u}_{tc} = \mathbf{u}_{bc} + \mathbf{u}_d. \quad (2.5)$$

Вектор бароклинной скорости определяется как решение уравнений движения, записанных в системе координат ТЦ, в которых роль вынуждающей силы играет градиент бароклинной аномалии ВПО

$$V \frac{\partial \mathbf{u}_{bc}}{\partial x} + f \mathbf{k} \times \mathbf{u}_{bc} = -g \nabla \eta, \quad (2.6)$$

где  $\mathbf{u}_{bc} = (u_{bc}, v_{bc})$  — вектор скорости бароклинного течения;

$\eta$  — аномалия ВПО, определяется формулой (1.24), в которой вертикальная скорость рассчитывается по сумме первых двух бароклинных мод с помощью модели, описанной в подразделе 1.1, с использованием приближения трёхслойного океана.

Решение уравнения (2.6) в комплексных переменных имеет компактный вид

$$\tilde{u}_{bc}(x, y) = -\frac{g}{V} \int_{-\infty}^x dx' \nabla \eta(x', y) e^{-if(x-x')/V}, \quad (2.7)$$

где  $\tilde{u}_{bc} = u_{bc} + iv_{bc}$ ;  
 $\nabla \eta = \partial \eta / \partial x + i \partial \eta / \partial y$ .

Дрейфовая составляющая скорости определяется только ветровыми напряжениями. Она находится с помощью решения интегрального баланса импульса в ПС, который описывается уравнением

$$V \frac{\partial \mathbf{M}}{\partial x} + f \mathbf{k} \times \mathbf{M} = \boldsymbol{\tau}, \quad (2.8)$$

где  $\mathbf{M} = \int_{-h}^0 \mathbf{u}_d dz$  — вектор потока массы в ПС.

Поскольку дрейфовые и бароклинные течения удовлетворяют одинаковым уравнениям, решение (2.8) даётся формулой подобной (2.7), в которой  $-g \nabla \eta(x', y)$  следует заменить на  $\boldsymbol{\tau} = \boldsymbol{\tau}_x + i \boldsymbol{\tau}_y$ . При известном  $\mathbf{M}$ , дрейфовое течение находится как

$$\mathbf{u}_d = \mathbf{M}/h. \quad (2.9)$$

В этой формуле толщина ПС  $h$  не является постоянной величиной, а определяется из условия постоянства глобального числа Ричардсона. Подробности о способе расчёта поля толщины ПС приведены в подразделе 4.4. В глубоководных участках океана, которые характерны для рассматриваемых здесь ТЦ, баротропная мода относительно слаба, поэтому её влияние на суммарное поверхное течение можно не учитывать.

**2.2.5 Фоновые крупномасштабные течения.** Поверхностные течения, вызванные ТЦ (около  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ), довольно интенсивны и доминируют над главными океаническими течениями за исключением областей, в которых фоновые течения оказываются сильны (например, западные пограничные течения). Ежесуточные поверхностные геострофические течения используются в качестве первого приближения для фоновых течений  $\mathbf{u}_g$ . Они получены из

продукта Global Ocean Gridded SSALTO/DUACS Sea Surface Height L4, основанного на данных многих спутниковых альtimетров и доступного через Службу мониторинга морской среды Copernicus (<https://marine.copernicus.eu/>). В текущей формулировке модели DV фоновые течения просто добавляются к остальным составляющим DV. Это предполагает, что фоновые течения не изменяют волновой спектр и не влияют на динамику течений, вызванных ТЦ. Однако взаимодействия волн и течений могут изменять волновой спектр и влиять на DV более сложным образом. Степень искажения волн в результате их взаимодействия с течениями зависит от относительной роли притока энергии к волнам от ветра: чем сильнее ветер, тем слабее искажение. Следовательно, относительная роль взаимодействия волн и течений должна усиливаться при слабых, а не при сильных ветрах. Присутствие геострофического течения также может влиять на течения, создаваемые ТЦ (агеострофические) [122]. Возможные искажения агеострофических движений, вызванные присутствием геострофических в данной работе не рассматривается.

## 2.3 Результаты расчётов доплеровских скоростей в ТЦ

**2.3.1 Идеализированные условия.** Входными параметрами модели ТС-DOP являются поле поверхностных течений (2.5), поля высот ветровых волн и зыби, рассчитанные по модели TCW-GMF, и поле ветра, параметризованное с помощью (2.3). В этом пункте мы рассмотрим геофизические поля и соответствующие им доплеровские скорости на примере типичного ТЦ с максимальной скоростью ветра  $U_m = 45 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и радиусом  $R_m = 30 \text{ км}$ , который распространяется в западном направлении со скоростью  $V = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  в северном полушарии на широте  $20^\circ$  с.ш. (множество симуляций для ТЦ с разными комбинациями параметров можно найти в дополнительных материалах к работе [114]). В соответствии с моделью [59] для расчёта поверхностных течений вертикальное распределение плотности полагается состоящим из слоёв сезонного, главного пикноклинов и нейтрально стратифицированной абиссали. Глубина нижней границы и частота плавучести в сезонном пикноклине задаются равными  $d_1 = 200 \text{ м}$  и  $N_1 = 1,4 \cdot 10^{-2} \text{ рад} \cdot \text{м}^{-1}$ . Те же параметры для главного пикноклина равны  $d_2 = 1100 \text{ м}$  и  $N_2 = 3,0 \cdot 10^{-3} \text{ рад} \cdot \text{м}^{-1}$ . Глубина океана полагается равной  $H = 5 \text{ км}$ . Расчеты DV выполняются для угла падения радара  $\theta = 45^\circ$  и VV поляризации.

Поле ветра, суммарное поверхностное течение и волновые поля для ТЦ с перечисленными выше параметрами показаны на рис. 2.1. Общей чертой полей волн и течений является их сильная асимметрия в поперечном направлении, возникающая из-за ненулевой скорости перемещения ТЦ.

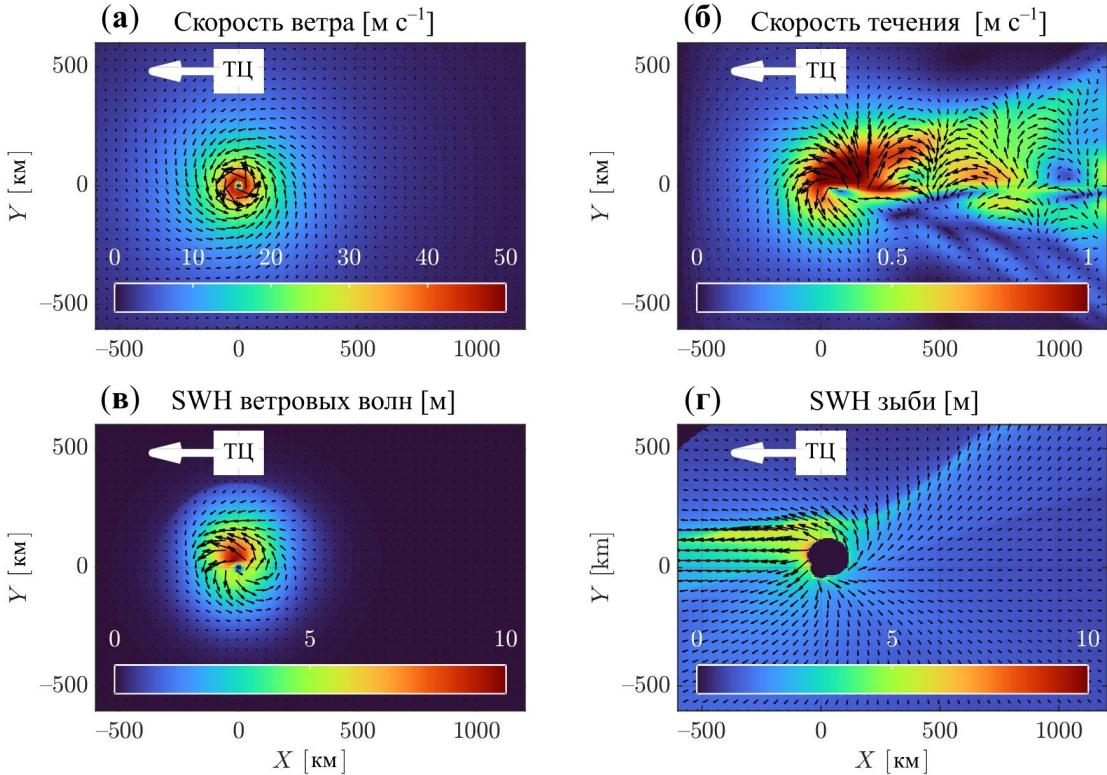
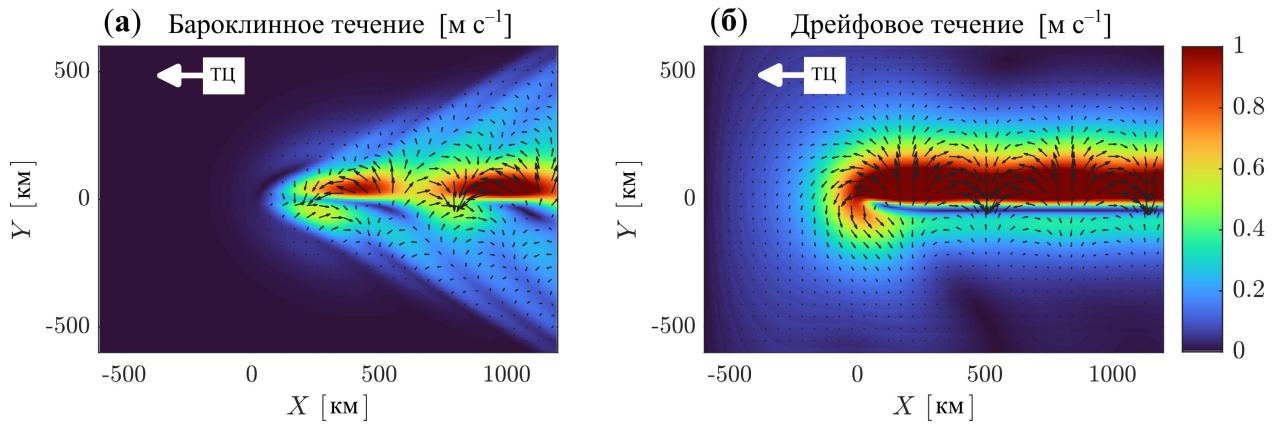


Рисунок 2.1 — Входные параметры для радиофизической модели DV: (а) — скорость ветра (см) в ТЦ; (б) — суммарное поверхностное течение ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ); (в) — высота значительных волн (SWH) для ветрового волнения (м); (г) — высота значительных волн для зыби (м)

Суммарное поверхностное течение (рис. 2.1, б) является суммой бароклинной и дрейфовой составляющих. В первой хорошо проявляется волновой след от инерционно-гравитационных волн и серия относительно узких в поперечном направлении «ячеек» инерционных колебаний, имеющих амплитуду около  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и пространственный масштаб порядка  $V/f$  (рис. 2.2, а). Область интенсивных дрейфовых течений интенсивнее и шире бароклинических (рис. 2.2, б). Они обладают более выраженной асимметрией в направлении перпендикулярном траектории ТЦ, что связано с резонансом между инерционными колебаниями и ветровыми напряжениями [56], которые имеют разное направление вращения в разных секторах ТЦ. В неподвижной системе координат в точке, находящейся в



Максимальная скорость ветра в ТЦ составляет  $U_m = 45 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  при радиусе  $R_m = 30 \text{ км}$ . ТЦ движется влево со скоростью  $V = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (белая стрелка). Широта места равна  $20^\circ$  с.ш.

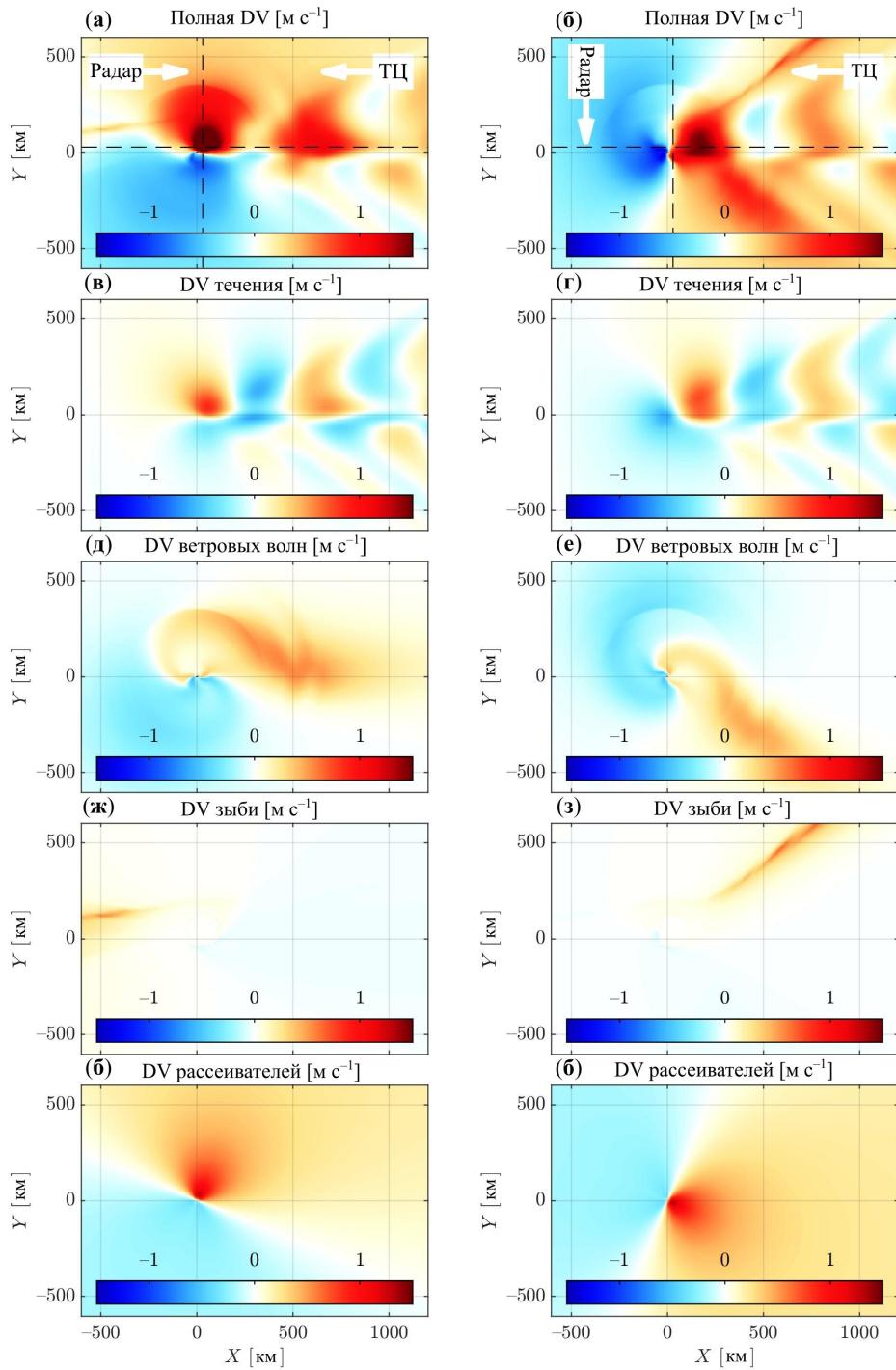
Рисунок 2.2 — Бароклиновые (а) и дрейфовые (б) течения на поверхности океана ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ), сформированные ТЦ

правом секторе ТЦ, вектор ветрового напряжения вращается по часовой стрелке, что совпадает с направлением инерционных колебаний в океане в северном полушарии. В левом секторе ТЦ эти направления противоположны, поэтому работа, совершаемая напряжениями в этом секторе, оказывается значительно меньше работы в правом секторе ТЦ.

Движение ТЦ приводит к тому, что волны в его правом секторе (в северном полушарии) пребывают под воздействием ветра более длительное время по сравнению с волнами в левом секторе. Таким образом, волны правого сектора ТЦ достигают более высоких амплитуд — так называемый эффект захвата волн [19, 123, 124]. Этот эффект хорошо проявляется в поле SWH ветровых волн (рис. 2.1, в), в котором большие значения концентрируются вокруг центра ТЦ со смещением вправо относительно направления движения циклона. Самые длинные и быстрые волны покидают область генерации ТЦ в виде зыби (рис. 2.1, г). В поле зыби выделяются две узкие области с увеличенной высотой как перед, так и позади ТЦ. В этих областях происходит схождение волновых лучей зыби, что приводит к сильному усилению энергии [121].

Влияние различных механизмов на общую DV для данного ТЦ при направлении зондирования радара вдоль и поперек движения ТЦ показаны в левом и правом столбцах рис. 2.3, соответственно.

Вклад поверхностного течения (рис. 2.3, в, г) непосредственно связан с проекцией скорости течения на направление зондирования радара, что приводит к проявлению периодических «ячеек» DV чередующихся знаков (рис. 2.1, б).



В левой и правой колонках показаны геометрии наблюдения, при которых РСА излучает и принимает сигнал в направлении против и поперёк движения ТЦ. Угол падения электромагнитной волны  $\theta = 45^\circ$ . Чёрные штриховые линии, пересекающие точку  $(R_m, R_m)$ , обозначают сечения, для которых построен рис. 2.4. Поля получены для ТЦ, показанного на рис. 2.1, а

Рисунок 2.3 — Результат моделирования полной DV ( $\text{м} \cdot \text{с}^{-1}$ ) поверхности океана под ТЦ (а, б), DV поверхностного течения (в, г), DV ветровых волн (д, е), DV зыби (ж, з) и DV рассеивателей радиоволн и барашки) (и, к)

Поля вклада волн в DV (рис. 2.3, д, е) наименее интуитивны. Они одновременно определяются локальным периодом волны, SWH, скоростью ветра и углом между направлением радара и волн. Вклад ветровых волн в DV не совсем одинаков для двух противоположных направлений из-за особенностей фазы модуляционной передаточной функции. Так, например, абсолютный вклад волн, распространяющихся в направлении радара, не равен вкладу волн, которые распространяются в противоположную сторону (от радара). В случае геометрии наблюдения на рис. 2.3 положительный вклад волн в DV оказывается сильнее, чем его отрицательный аналог. Положительная область DV ветровых волн (рис. 2.3, д, е) расположена справа от траектории циклона и выглядит как широкая полоса, выходящая из центра ТЦ и вытягивающаяся в его следе. Отрицательная полоса DV ветровых волн слабее и расположена в переднем секторе ТЦ слева от его траектории. Что еще более примечательно, вклад DV ветровых волн не является простым отражением поля SWH (ср. рис. 2.1, в и рис. 2.3, д, е): область большой DV ветровых волн смещена к периферии циклона, в то время как максимальные значения SWH расположены в окрестности глаза. Это является следствием роста модуляционной передаточной функции с уменьшением скорости ветра (см., например, рис. 11b в [116]).

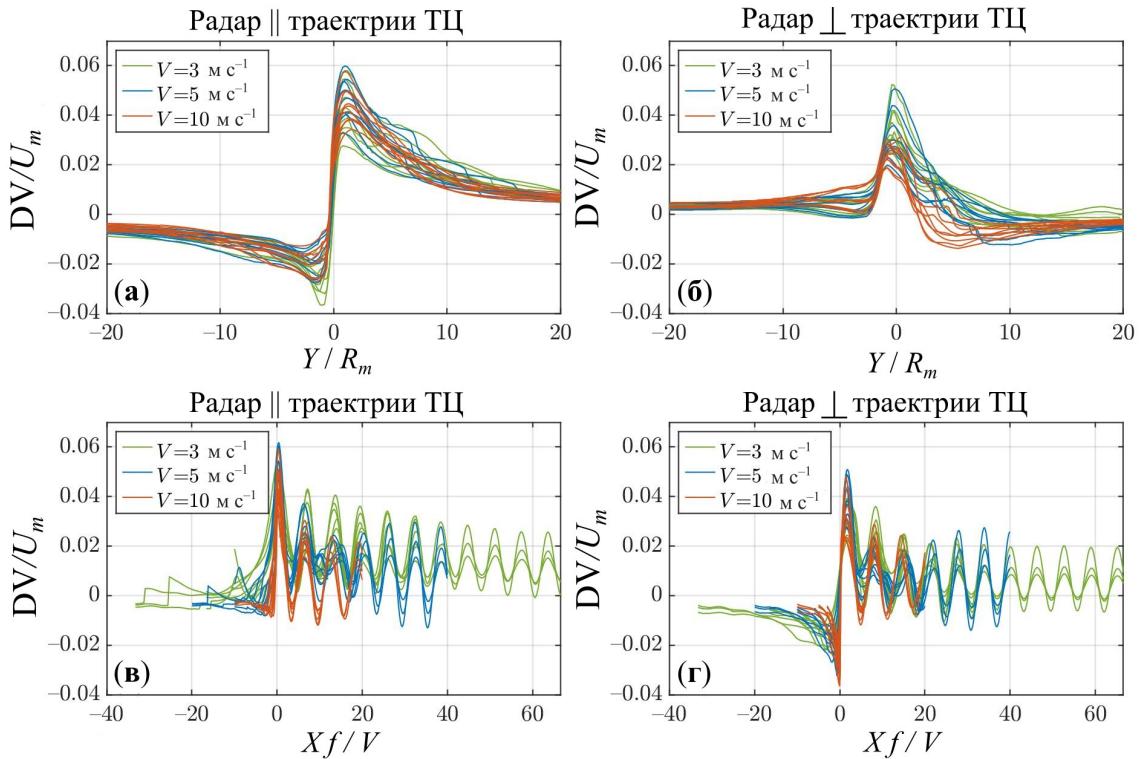
В зависимости от направления зондирования радара, в DV зыби проявляются та или иная область фокусировки её лучей (рис. 2.3, ж, з). В целом, эти лучи оказывают лишь незначительное и пространственно локализованное влияние на общую DV, которое усиливается на границе расчетной области, где ветер ТЦ согласно (2.3) ослабевает (величина модуляционной передаточной функции растет при слабом ветре). Помимо этого усиления на границе, влияние зыби на DV, как правило, меньше, чем влияние ветровых волн. Возможная причина этого заключается в меньших уклонах и, следовательно, орбитальных скоростях волн зыби для той же длины волны. На практике существует еще не понятый сложный баланс между модуляционной передаточной функцией, вызванной ветром, и величиной орбитальной скорости волны.

Вклад мелкомасштабных рассеивателей в DV (рис. 2.3, и, к) включает собственную скорость брэгговских и обрушающихся волн. Вклад брэгговских волн в DV имеет широкое угловое распределение. По определению, он зависит только от угла между радаром и ветром, так что нулевое значение соответствующей DV находится в точках, в которых вектор ветра перпендикулярен направлению зондирования радара. Напротив, вклад баражков ветровых волн в

$DV$  усиливается в направлении против ветра. В этом направлении общий вклад мелкомасштабных рассеивателей достигает значений, сопоставимых с компонентами поверхностного течения и ветрового волнения  $DV$ .

Сечения безразмерной  $DV$  (делённой на  $U_m$ ) вдоль и поперёк траектории ТЦ на расстоянии  $R_m$  от центра урагана показаны на рис. 2.4 в зависимости от безразмерного продольного (делённого на  $V/f$ ) и поперечного (делённого на  $R_m$ ) расстояния. Для построения этого рисунка были проведены расчёты для ТЦ с  $U_m = 30, 45, 60 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $R_m = 30, 50, 100 \text{ км}$ ,  $V = 3, 5, 10 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (все 27 расчётов можно найти в дополнительных материалах к работе [114]). Сечения  $DV/U_m$  практически подобны друг другу в левом секторе ТЦ и перед глазом урагана, где ветровые волны и течения, вызванные ТЦ, слабы. Независимо от направления зондирования радара, эти секторы в целом соответствуют отрицательным областям полной  $DV$  на рис. 2.3. В следе ТЦ  $DV$  совершает колебания из-за наличия инерционного следа в поле поверхностного течения (рис. 2.4, в, г).  $DV$  достигает максимума на расстоянии  $R_m$  в правом секторе ТЦ, где ветровые волны и поверхностные течения сильны. С учетом заданной геометрии наблюдения при  $\theta = 45^\circ$  максимальная горизонтальная величина  $DV$ , которая равна  $1/\sin \theta$  умноженному на полную  $DV$ , составляет  $2\text{--}4\%U_m$  и  $3\text{--}7\%U_m$  в левом (слабые волны и течения) и правом (сильные волны и течения) секторах ТЦ, соответственно.

Подробный анализ вклада разных геофизических полей в полную  $DV$  и зависимости этого вклада от параметров ТЦ можно найти в работе [114]. Здесь мы приведём основные выводы, следующие из этого анализа. Основной вклад в общую картину  $DV$ , превышающей в самых экстремальных условиях  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , формируется барашками обрушающихся ветровых волн и поверхностными течениями (сумма дрейфового и бароклинного), причём он монотонно возрастает с увеличением скорости ветра. Вклад ветровых волн оказывается чуть меньше чем вклад поверхностных течений ( $< 0,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ), при этом он играет однозначно меньшую роль по сравнению с  $DV$ , формирующейся обрушающимися гребнями волн. Вклад брэговских волн постоянен (зависит только от геометрии наблюдений и длины волны радара) и мал ( $0,2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ). Роль  $DV$  от зыби также можно считать незначительной.



Цветом показаны разные скорости перемещения ТЦ ( $V$ ). Для каждой  $V$  показаны девять сечений при различных  $U_m$  и  $R_m$

Рисунок 2.4 — Полная DV, нормированная на  $U_m$ , на линиях, показанных на рис. 2.3, а, б чёрными штриховыми линиями, как функция безразмерного расстояния поперёк траектории (а, б) и вдоль траектории ТЦ (в, г) при различных геометриях наблюдения РСА

**2.3.2 Реальные условия.** Для иллюстрации типичного поведения DV в ураганных условиях и дальнейшего тестирования модели TC-DOP используется продукт спутникового РСА Sentinel-1A Level-2 Ocean (OCN) [125].

Радиальная доплеровская скорость (rvlRadVel) вычисляется Sentinel-1 Level-2 Ocean Processor по наблюдаемой частоте доплеровского центра масс. Эта скорость корректируется с учетом геометрической доплеровской частоты и ошибок наведения антенны. Готовое для пользователя поле вектора ветра (owiWindSpeed, owiWindDirection) является результатом применения геофизической модельной функции CMOD5n [126, 127].

Для анализа были отобраны шесть ТЦ, наблюдавшихся как в северном, так и в южном полушариях в период с 2022 по 2023 г. (табл. 2.1). Все изображения были получены в VV поляризации в режимах Interferometric Wide и Extrawide. Данные DV, в которых присутствует суши, дополнительно корректируются путем вычитания сигнала DV, усредненного по суше. ТЦ Cheneso

используется только для демонстрационных целей. Из-за довольно сложной траектории после выхода на сушу, этот случай не включен в анализ. ТЦ Nicole, на котором проводилась настройка модели TC-DOP (см. подробнее в [114]), здесь также рассматриваться не будет.

Таблица 2.1 — PCA изображения

Время <sup>1</sup>	Режим <sup>2</sup>	Орбита <sup>3</sup>	$\theta [^\circ]$ <sup>4</sup>	Суша <sup>5</sup>	ТЦ	Глаз	$U_m [\text{м} \cdot \text{с}^{-1}]$	$R_m [\text{км}]$
2022-09-06 20:30:52	EW	↑	19.4–46.7	—	Danielle	42.4N,40.5W	33	106
2022-11-09 23:10:27	IW	↑	30.7–46.1	+	Nicole	26.6N,78.2W	33	37
2022-11-10 11:16:18	IW	↓	30.7–46.1	+	Nicole	27.9N,81.3W	29	164
2022-12-22 23:49:15	EW	↓	19.1–46.7	—	Darian	12.6S,85.1E	46	37
2023-01-25 02:43:34	EW	↓	18.6–46.5	+	Cheneso	20.1S,43.0E	37	17
2023-02-15 00:41:48	EW	↑	18.6–46.3	—	Dingani	25.5S,70.8E	26	55
2023-02-17 00:22:32	EW	↓	19.2–46.6	—	Freddy	15.4S,76.6E	61	23

<sup>1</sup>UTC время начала получения изображения,

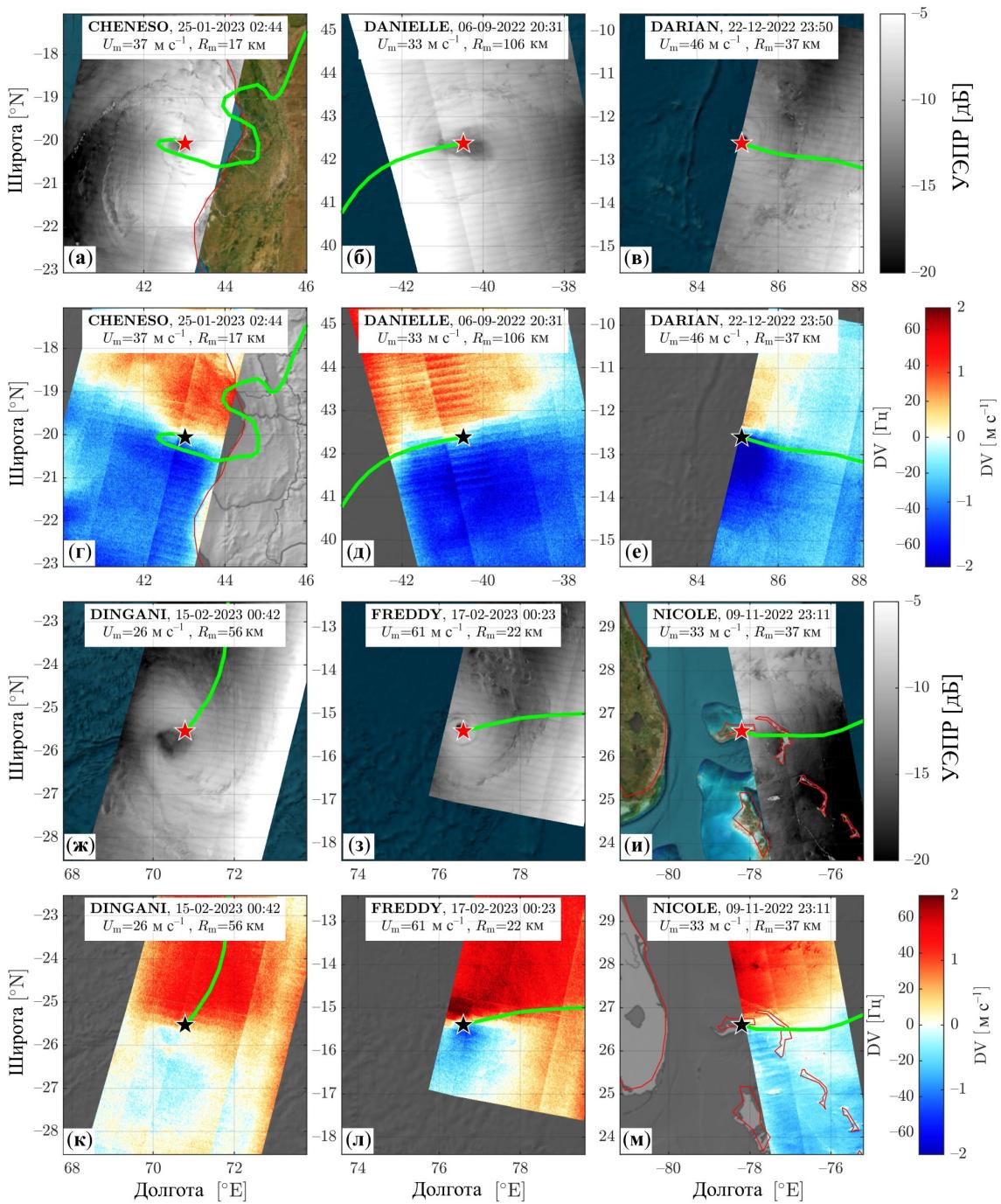
<sup>2</sup>Режим PCA сканирования: IW — Interferometric Wide, EW — Extra Wide ,

<sup>3</sup>Направление орбиты: ↑—восходящая, ↓—нисходящая,

<sup>4</sup>Диапазон углов падения в пределах сцены,

<sup>5</sup>Наличие суши для калибровки DV.

Проверим справедливость продемонстрированных выше результатов моделирования на измерениях DV спутникового PCA Sentinel-1A. Изображения радиальной скорости для выбранных сцен (табл. 2.1) показаны на рис. 2.5. Все изображения имеют дипольно-подобную особенность в окрестности глаза ТЦ, похожую на ту, что предсказывается моделью TC-DOP (рис. 2.3, а, б). Ориентация этой особенности зависит от направления радара (нисходящий или восходящий виток орбиты), причём область нулевой DV вытянута вдоль направления зондирования радара (направление поперёк полосы обзора). Сравнение абсолютных значений доплеровской скорости по данным PCA и по данным моделирования затруднительно из-за отсутствия надежной калибровки данных Sentinel-1A. Только для двух ТЦ (Nicole и Cheneso) возможно ввести точную коррекцию на орбитальную скорость спутника путем вычитания DV из суша из всего поля доплеровской скорости. Пространственная картина в большинстве наблюдаемых полей DV (рис. 2.5) напоминает симуляции для геометрии наблюдений, в которой направление зондирования PCA совпадает с направлением движения ТЦ (левый столбец на рис. 2.3). Только в случае ТЦ Dingani данные PCA были получены при в условиях, когда направление зондирования радара перпендикулярно направлению движения урагана (правый столбец на рис. 2.3). Максимальные и минимальные наблюдаемые значения DV составляют около  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , что сопоставимо с моделируемыми значениями.



В рисунках показаны траектории каждого ТЦ (зелёная линия), положения глаза (звёздочка) урагана в момент измерения PCA. Время измерения Sentinel-1A, а также максимальная скорость ветра ( $U_m$ ) в это время и соответствующий ей радиус ( $R_m$ ) указаны для каждого ТЦ.

Рисунок 2.5 — Измерения УЭПР поверхности (а, б, в) и DV (г, д, е) в ТЦ Cheneso, Danielle, Darian, выполненные PCA Sentinel-1A; Измерения УЭПР поверхности (ж, з, и) и DV (к, л, м) в ТЦ Dingani, Freddy, Nicole.

К сожалению, следы ТЦ на рис. 2.5 полностью не захватываются РСА измерениями. Из-за ограниченной ширины полосы сканирования Sentinel-1A сложно найти мгновенные сцены, включающие как глаз ТЦ, так и его след. Большинство выбранных РСА изображений содержат только глаз ТЦ. Вероятно, это связано с особым планированием спутниковых измерений ТЦ оперативной группой Sentinel.

В этом пункте мы приведём результаты моделирования DV только для ТЦ Danielle, Darian, Dingani и Freddy, так как для них характерны условия, для которых были построены модели TC-GMF волнения и поверхностных течений: ТЦ с имеют не слишком искривлённую траекторию и распространяются над открытыми океаном.

Для расчета дрейфовых и бароклинических течений вертикальные профили частоты плавучести оценивались по профилям температуры и солёности, которые были взяты из продукта Global Ocean Physics Reanalysis [128]. Профили были взяты в точках расположения ТЦ в РСА сценах (звездочки на рис. 2.5) за два дня до пролёта самого спутника.

Поля ветра для циклонов вычисляются с помощью модели (2.3) с использованием параметров  $U_m$  и  $R_m$  из базы данных IBTrACS, интерполированных на время РСА измерений. Параметр формы профиля ветра  $B$  в (2.3) подбирался с использованием радиусов скоростей ветра 34, 50, 64 уз. Предшествующая эволюция ТЦ полагается совпадающей с простым переносом поля ветра со скоростью  $V$  в направлении движения ТЦ, которые получаются осреднением данных IBTrACS за интервал времени равный суткам до выполнения измерения Sentinel-1A. Поля волн и течений, создаваемые штормом, вычисляются также, как в идеализированных симуляциях. Результаты, полученные в идеализированных расчётных областях интерполируются на широтно-долготную сетку с учётом направления движения ТЦ.

В целом дипольно-подобная структура, свойственная РСА измерениям, хорошо проявляется в модельных значениях (рис. 2.6, первый и центральный столбец), что ожидаемо, если учесть результаты идеализированных симуляций, показанных ранее. Очевидно несовпадение положения линий нулевой DV. Оно связано с неправильной коррекцией смещения DV Sentinel-1A, которую мы не можем исправить для рассматриваемых циклонов из-за отсутствия суши в соответствующих сценах. При использовании таких данных DV возможно наличие систематических смещений, которые проявляются как среднее отклонение

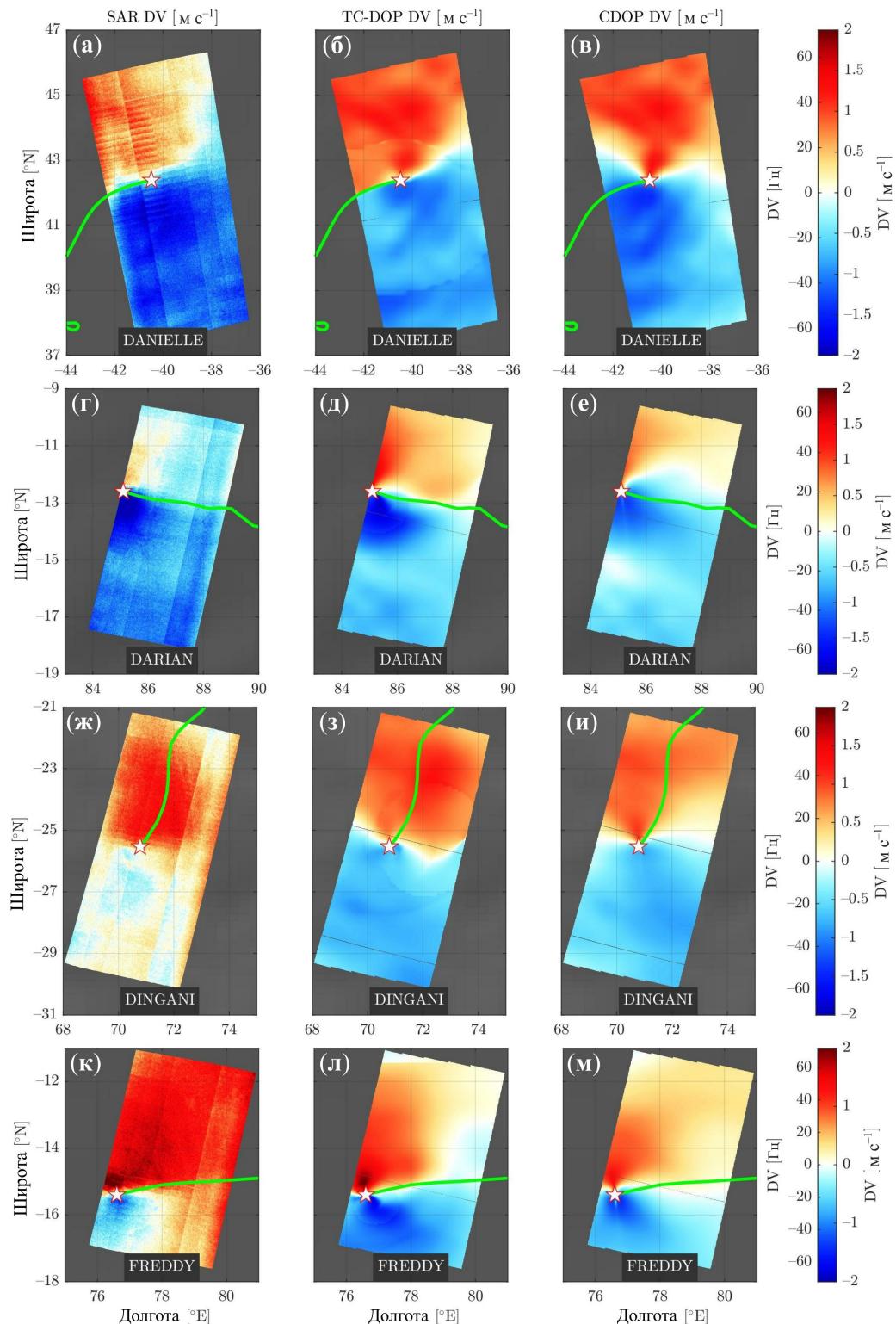
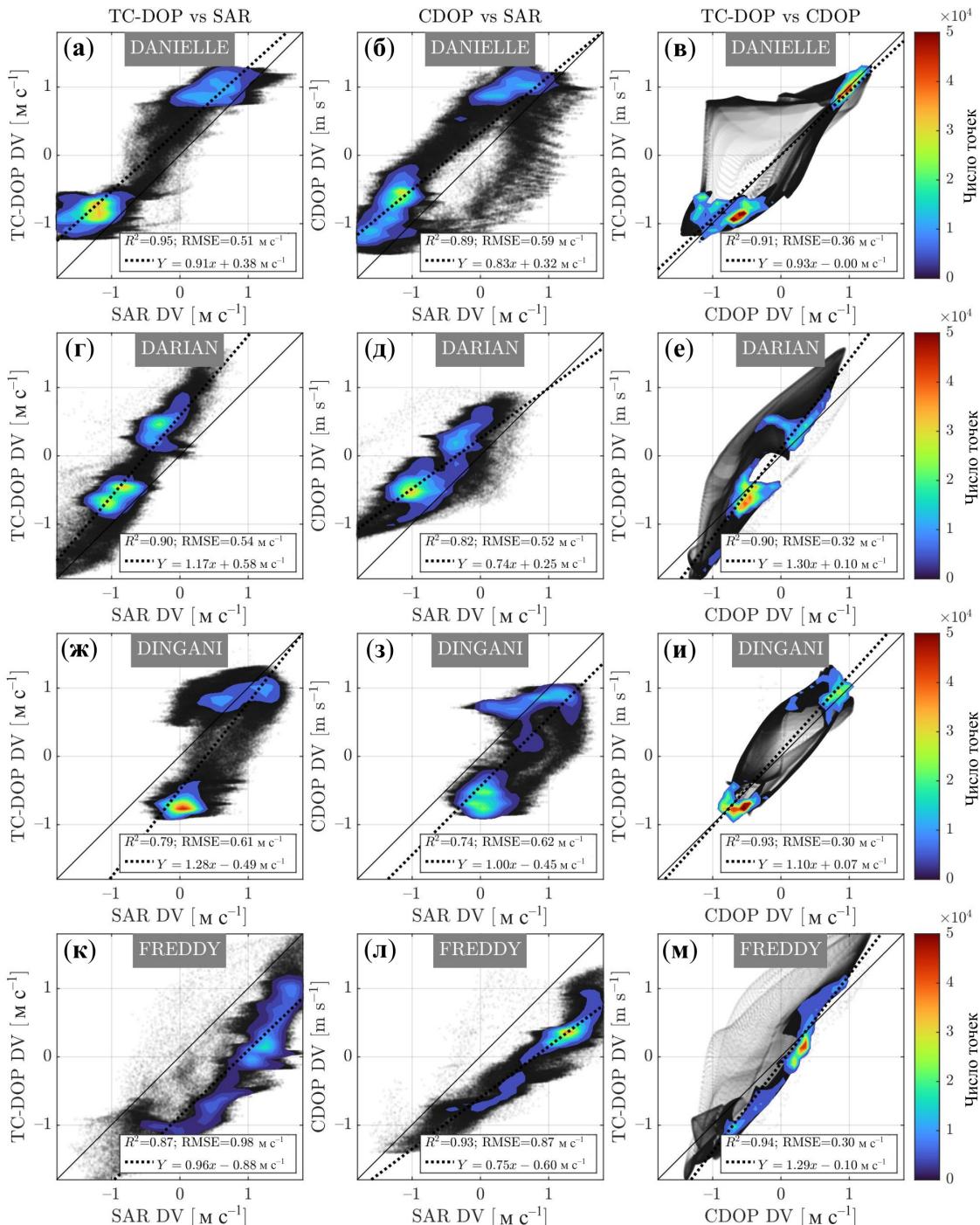


Рисунок 2.6 — Поля DV, полученные по модели TC-DOP (**а**, **г**, **ж**, **к**), CDOP (**б**, **д**, **з**, **л**) и по измерениями Sentinel-1A (**в**, **е**, **и**, **м**) в разных ТЦ



В каждом рисунке указаны статистики для линейной регрессии между соответствующими переменными. Цвет обозначает число точек, участвующих в сопоставлении

Рисунок 2.7 — Сравнение DV по модели TC-DOP и измерениям Sentinel-1A (а, г, ж, к), по модели CDOP и измерениям Sentinel-1A (б, д, з, л), по модели TC-DOP и модели CDOP (в, е, и, м)

между измеренной и моделируемой DV (рис. 2.7, левый и центральный столбцы). Хорошее качество моделирования следует из близких к единице наклонов аппроксимации облаков точек линейными функциями и большого значения коэффициентов корреляции. Скорости, предсказываемые моделью TC-DOP, в которой все составляющие DV имеют достаточно обоснованное физическое описание, почти совпадают с оценками DV по модели CDOP [66], основанной на статистических свойствах DV (см. правую колонку на рис. 2.5 и 2.7).

Одной из возможных причин неточностей модели CDOP является тот факт, что она применима только при умеренных скоростях ветра ( $U < 17 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ). Таким образом, неудивительно видеть некоторые артефакты в полях DV модели CDOP (см. например, ТЦ Freddy на рис. 2.5). Несмотря на то, что модель TC-DOP изначально не была построена для таких сильных ветров, она оказывается способной давать надежные оценки DV даже в условиях ураганов (ср. контуры DV=0 в случае ТЦ Danielle на рис. 2.5).

## 2.4 Выводы к Разделу 2

В этом разделе было проведено моделирование скорости поверхностных течений для интерпретации доплеровских скоростей поверхности океана под ТЦ, измеряемых спутниковыми РСА. По итогам моделирования были получены следующие результаты:

- 1) Поверхностные течения, ветровые волны и их обрушения определяют образ ТЦ в доплеровской скорости поверхности океана, измеряемой спутниками РСА. Вклад зыби и резонансных брэгговских волн менее значим.
- 2) Доплеровская скорость в окрестности глаза ТЦ имеет вид «диполя», который в равной степени формируется как ветровыми волнами, так и поверхностными течениями, которые создаются циклоном.
- 3) В следе ТЦ возникают «ячейки» доплеровской скорости, связанные с инерционными колебаниями поверхностных течений.
- 4) Применение модели реакции океана в комплексе с моделями скорости ветра, высоты волн в ТЦ и радиофизической моделью KaDOP позволило получить оценки доплеровской скорости морской поверхности под реальными ТЦ, в целом, превосходящие по качеству оценки, полученные с помощью известной модели CDOP, предложенной в [66].

Материалы Раздела 2 опубликованы в работах [98, 114]

## РАЗДЕЛ 3 ТЕРМИЧЕСКАЯ РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ТЦ: НАБЛЮДЕНИЯ

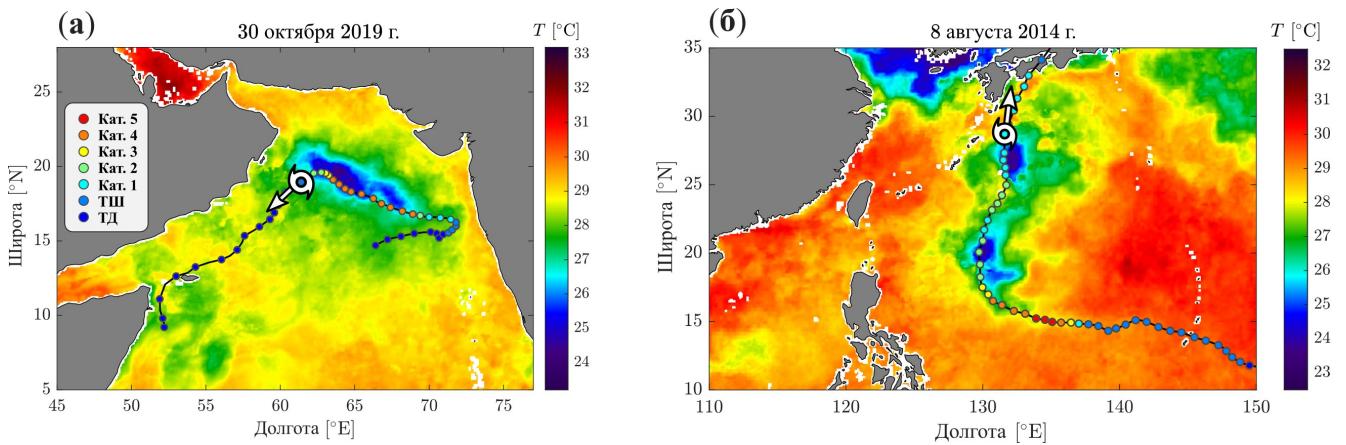
### 3.1 Описание термической реакции

**3.1.1 Проявление ТЦ в поле температуры океана.** Наиболее ярко реакция поля температуры на прохождение ТЦ проявляется на поверхности океана. Следы, которые ТЦ оставляют в поле ТПО, выглядят как области холодной воды, температура которой может отличаться от температуры окружающей воды, не подверженной влиянию урагана, на несколько градусов (рис. 3.1). Термический след неоднороден как вдоль, так и поперёк траектории ТЦ. Основным элементом поперечной неоднородности аномалии температуры является смещение термического следа вправо относительно траектории урагана, что характерно для циклонов северного полушария. Продольная неоднородность аномалии ТПО, с одной стороны, связана с изменением интенсивности термической реакции океана, которая зависит от параметров ТЦ и вертикального распределения температуры и плотности. С другой стороны, эта неоднородность также зависит от интенсивности солнечного прогрева верхних слоёв океана, благодаря которому термический след с течением времени исчезает.

Термическая реакция поля температуры под поверхностью океана хорошо наблюдается по данным контактных измерений, к которым относятся измерения дрейфующих буёв Argo, дрифтеров и заякоренных станций. В измерениях хорошо проявляется формирование практически изотермического ПС и колебания, связанные с инерционно-гравитационными волнами [31, 39, 56, 129].

Реакцию поля температуры в океане на прохождение ТЦ можно представить в виде комбинации двух основных процессов:

- 1) трёхмерная трансформация (возмущение) поля температуры в толще океана под влиянием бароклинной реакции океана на ТЦ, которая включает индуцируемый циклоном апвеллинг;
- 2) изменение температуры верхнего ПС под влиянием турбулентного перемешивания и потоков тепла на поверхности океана.



Поля ТПО приведены на 12:00 дня, указанного для каждого ТЦ. Положение глаза ТЦ и направление его перемещения на эту дату показаны белым значком урагана и белой стрелкой, соответственно.

Рисунок 3.1 — Проявление прохождения ТЦ Kyarr в Аравийском море (а) и ТЦ Halong в Филиппинском море (б) в полях спутниковой ТПО, измеряемой спутниковыми радиометрами (см. пункт 3.2.1)

Поскольку наличие ПС слабо влияет на форму собственных функций первых бароклинических мод (см. приближение трёхслойного океана в подразделе 1.1), трансформация поля температуры бароклиническими движениями происходит практически независимо от развития и охлаждения ПС. Изменение температуры ПС, напротив, подвержено сильному влиянию бароклинических движений, как будет показано ниже.

**3.1.2 Трёхмерная трансформация поля температуры бароклиническими модами.** Если циклон движется достаточно быстро, влиянием горизонтальных бароклинических скоростей на поле температуры и солёности можно пренебречь [56, 130], так что основное влияние на эти поля оказывает вертикальная компонента скорости. Вертикальные бароклинические движения приводят к «деформации» вертикального распределения температуры и плотности в верхнем слое океана за счёт апвеллинга и распространения инерционно-гравитационных волн.

Поле температуры  $T_u(x, y, z)$  (аналогично и плотности), возмущённое бароклиническими модами, определяется как решение уравнения вертикальной адvection, записанного в системе координат, связанной с ТЦ

$$V \frac{\partial T_u}{\partial x} + w \frac{\partial T_u}{\partial z} = 0. \quad (3.1)$$

Уравнение дополняется соответствующими граничными условиями

$$T_u(-\infty, y, z) = T_0(z), \quad (3.2)$$

$$T_u(-\infty, y, 0) = T_0(0). \quad (3.3)$$

При известном поле вертикальной скорости  $w(x, y, z)$ , вызванном ТЦ, решение уравнения (3.1) методом характеристик имеет вид

$$T_u(x, y, z) = T_0(\zeta(x, y; z)). \quad (3.4)$$

В этом уравнении глубина  $\zeta$  изотермы в точке  $(x, y)$ , которая изначально находилась на глубине  $z$ , является решением обыкновенного дифференциального уравнения

$$V \frac{\partial \zeta}{\partial x} = w(x, y, \zeta), \quad (3.5)$$

$$\zeta(-\infty, y; z) = z. \quad (3.6)$$

Следуя [59], мы связываем вертикальную скорость в (3.1) с бароклиническими движениями океана, которые вызваны прохождением ТЦ. Поле вертикальной скорости является суперпозицией полей, связанных с разными бароклиническими модами

$$w(x, y, z) = \sum_{n=1}^K \tilde{w}_n(x, y) \hat{h}_n(z), \quad (3.7)$$

где  $\hat{h}_n(z)$ ,  $\tilde{w}_n(x, y)$  — функции, определяемые по формулам (1.26), (1.21) и (1.20).

Таким образом, возмущённое бароклиническими движениями поле температуры, на фоне которого эволюционирует ПС, определяется формулой (3.4), в которой  $\zeta(x, y; z)$  находится как численное решение уравнения (3.6) с правой частью (3.7). Для решения этого уравнения используется метод конечных разностей с применением явной схемы Эйлера.

Отметим, что трансформация поля температуры может также происходить под влиянием баротропной моды, тем не менее этим влиянием в достаточности

глубоком океане можно пренебречь по следующей причине. Баротропные смещения поверхности, как правило, не превышают смещений от двух первых бароклинических мод при глубине океана больше 2 км (см. рис. 1.16). Однако, собственная функция баротропной моды, а значит, и связанные с ней смещения изотерм убывают с глубиной, в то время как собственные функции бароклинических мод с глубиной быстро возрастают. Несмотря на сопоставимые бароклинические и баротропные смещения поверхности океана, опускание изотерм, связанное с баротропной модой, незначительно по сравнению со смещением изотерм, вызванным бароклиническими движениями.

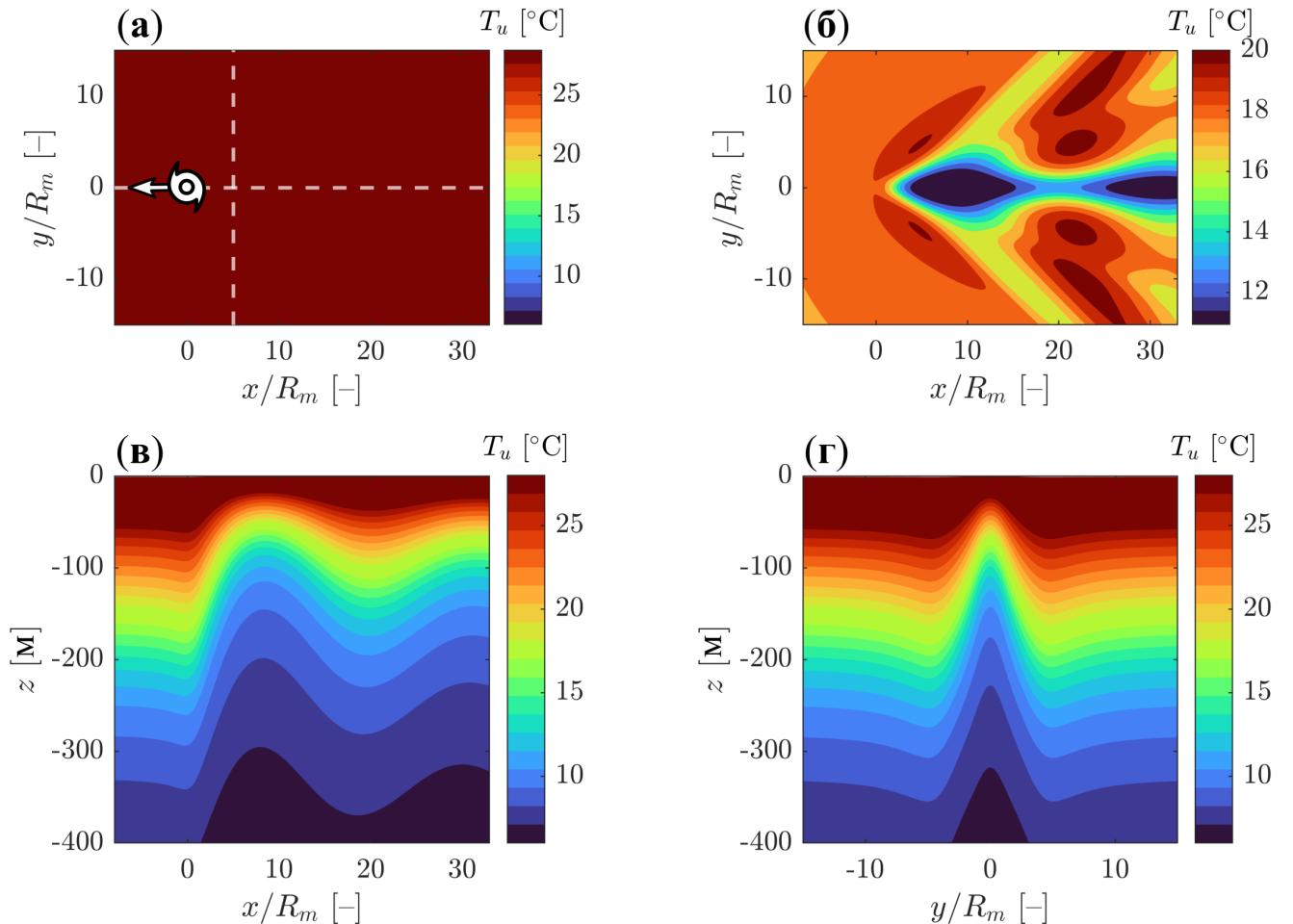
Пример трёхмерной трансформации поля температуры в толще океана под влиянием первых двух бароклинических мод показан на рис. 3.2. Для построения этого поля были взяты следующие параметры ТЦ:  $U_m = 70 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $R_m = 30 \text{ км}$ ,  $V = 4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Профили температуры и солёности для расчёта собственных функций бароклинических мод были получены интерполяцией данных ISAS20 в точку с координатами  $170^\circ$  з.д. и  $13,8^\circ$  с.ш. на момент времени 09:00 2 октября 2018 года.

Возмущение поля температуры, очевидно, не проявляется на поверхности океана (рис. 3.2, а), т.к. в рамках модели эволюции нормальных мод, описанной в подразделе 1.1, поверхность состоит из одних и тех же жидких частиц. На глубине 150 м колебания температуры, напротив, довольно значительны. Так, апвеллинг вместе с передним фронтом волнового следа поднимает воду, чья температура почти на  $8^\circ\text{C}$  меньше температуры воды, которая изначально находилась на данной глубине (рис. 3.2, б). Из рис. 3.2, в следует, что в диапазоне глубин 100–200 м максимальный подъём изотерм достигает 100 м, а их среднее вертикальное смещение примерно равно 50 м. Поперечный масштаб области, занятой апвеллингом, составляет около  $5R_m$  (рис. 3.2, г).

### 3.1.3 Температура ПС.

Аномалии ТПО могут появиться только за счёт охлаждения верхнего ПС. В этом подразделе мы остановимся на факто-рах, определяющих баланс тепла в ПС.

В ситуациях, когда охлаждение поверхности, вызванное прохождением ТЦ, достаточно велико (скажем,  $2^\circ\text{C}$  и более), влияние поверхностных потоков тепла (коротковолновой и длинноволновой радиации, потоков скрытого и явного тепла) на теплосодержание верхнего слоя океана можно считать слабым (в



Штриховые прямые в (а) показывают линии проведения сечений, приведённых в (в) и (г). Положение глаза ТЦ и направление его перемещения показаны белым значком урагана и белой стрелкой, соответственно. Горизонтальные координаты нормированы на радиус максимальной скорости ветра

Рисунок 3.2 — Сечения трёхмерного поля температуры, возмущённого бароклиническими движениями, вынужденными прохождением ТЦ: (а) — температура на поверхности океана; (б) — температура на глубине 150 м; (в) — сечение поля температуры плоскостью  $y/R_m = 0$ ; (г) — сечение поля плоскостью  $x/R_m = 5$

окрестности глаза и на расстояниях нескольких радиусов максимальной скорости ветра) [17, 34, 45, 64, 131]. Влияние осадков на охлаждение поверхности моря также имеет второстепенное значение [132—135]. Наконец, если ТЦ перемещается не слишком медленно, так что адвективный перенос тепла в горизонтальном направлении не слишком велик [56, 130], температура ПС определяется только турбулентным вовлечением и вертикальной адвекцией (апвеллингом).

Проинтегрировав по вертикали уравнение баланса тепла, мы можем получить уравнение для температуры ПС  $T_m$ . С учётом описанных упрощений,

а также в предположении слабого турбулентного обмена в горизонтальном направлении задача для  $T_m$  в системе координат ТЦ имеет вид

$$hV \frac{\partial T_m}{\partial x} = - \left( w_h + V \frac{\partial h}{\partial x} \right) (T_m - T_h), \quad (3.8)$$

$$T_m(-\infty, y) = T_0(0), \quad (3.9)$$

где  $T_0(z)$  — начальный вертикальный профиль температуры;  
 $T_h = T_u(x, y, -h)$  — температура под нижней границей ПС;  
 $w_h = w(x, y, -h)$  — бароклинная вертикальная скорость на нижней границе ПС.

Влияние апвеллинга на температуру ПС проявляется через  $w_h$  и через  $T_h$ . Температура  $T_h$  меняется не только из-за увеличения толщины  $h$  (заглубления ПС), но и по причине вызванной апвеллингом деформации самого вертикального профиля температуры, что отражено в явной зависимости  $T_u$  от координаты  $x$ . Поле  $T_u(x, y, z)$ , из которого берутся значения  $T_h$ , в рамках нашей модели термической реакции определяется выражением (3.4). Координату  $y$  можно рассматривать как параметр, при данном значении которого решается уравнение (3.9).

Решение уравнения (3.9) можно записать в компактном виде

$$T_m(x, y) = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 T_u(x, y, z) dz = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 T_0(\zeta(x, y, z)) dz. \quad (3.10)$$

Данное уравнение означает, что  $T_m$  равна температуре, получаемой осреднением фонового профиля  $T_0(z)$ , возмущённого апвеллингом. Этим определением удобно пользоваться для нахождения температуры развивающегося ПС при известных абсолютных глубинах изотерм  $\zeta$  и толщине перемешанного слоя  $h$ . Стоит иметь в виду, что (3.10) совпадает с точным решением уравнения (3.9) в условиях, когда толщина ПС мала по сравнению с вертикальным масштабом собственных функций первых двух бароклинных мод в сезонном пикноклине ( $N_1 h / c_1 \ll 1$  и  $N_1 h / c_2 \ll 1$ )

Аномалия ТПО, возникающая в результате прохождения ТЦ, равна

$$\delta T = T_m(x, y) - T_0(0). \quad (3.11)$$

Из (3.11) и (3.10) следует что аномалия ТПО полностью определяется фоновым профилем температуры, вертикальными бароклинными смещениями и толщиной ПС.

Толщина ПС является ключевым параметром в интегральных моделях (slab-моделях) верхнего слоя океана, и она, как правило, определяется с помощью уравнения баланса турбулентной кинетической энергии. Различия между интегральными моделями ПС заключаются в приближениях и гипотезах относительно членов в уравнении для энергии турбулентности. Подробный обзор распространённых приближений и выражений, определяющих эволюцию толщины ПС, можно найти в работах [136, с. 175–208] и [137].

В приложении к устойчиво стратифицированному верхнему слою океана, находящемуся под воздействием ветровых напряжений в течение ограниченного промежутка времени, наиболее подходящими являются модели толщины ПС, основанные на балансе турбулентной кинетической энергии, который учитывает генерацию турбулентности сдвигом скорости на нижней границе ПС и ее затухание под действием сил плавучести. Интегральная модель [55] является классическим примером моделей такого класса. Авторы сделали предположение о том, что в процессе развития ПС его глобальное (bulk) число Ричардсона, основанное на толщине ПС, перепадах скорости и плавучести на его нижней границе, имеет постоянную величину. Это предположение совместно с уравнениями для температуры и импульса, осредненных в ПС, позволило авторам замкнуть систему уравнений и рассчитать эволюцию толщины ПС во времени. Предположение о постоянстве числа Ричардсона было обосновано авторами с точки зрения глобальной устойчивости ПС, механизма эрозии за счёт неустойчивости Кельвина-Гельмгольца и баланса суммарной механической энергии ПС в отсутствие турбулентных потоков тепла на поверхности. Подобная модель, но с иной гипотезой замыкания для скорости заглубления ПС, основанной на данных лабораторных экспериментов [138] была предложена в [136]. Эти модели применимы для описания быстрого развития ПС на временных масштабах меньше инерционного периода. Как было отмечено в [136, с. 113–124], предложенная автором модель дает близкое к модели Полларда описание эволюции толщины ПС во времени, а различие между моделями вряд ли может быть установлено экспериментально.

Модель [55] часто применяется в задачах исследования охлаждения поверхности океана под влиянием ТЦ [9, 47, 59, 139]. Кроме того она интегри-

рована в широко используемую численную атмосферную модель WRF [140], которая регулярно используется в задачах изучения взаимодействия ТЦ с океанами [141]. Несмотря на популярность модели [55] её валидация в условиях прохождения ТЦ и, в частности, проверка уравнения для толщины ПС, согласно которому глобальное число Ричардсона постоянно, всегда ограничивались моделированием реакции океана на конкретные ТЦ.

В этом Разделе мы создадим базу данных толщины ПС, восстановленной по спутниковым данным об аномалиях ТПО в следах ТЦ, которая охватывает широкий диапазон параметров ураганов и стратификации океана. Далее будет проведён анализ толщины ПС с целью установления её функциональной зависимости от параметров ТЦ, стратификации океана и проверки применимости гипотезы о постоянстве глобального числа Ричардсона, дополненной уравнениями баланса потока массы дрейфовых течений и тепла в ПС, для описания и моделирования наблюдаемых особенностей ПС океана под ТЦ.

## 3.2 Аномалии ТПО и толщина ПС по спутниковым данным

**3.2.1 Определение аномалий ТПО в следах ТЦ.** Данные о температуре поверхности, необходимые для анализа термической реакции океана на прохождение ТЦ, были взяты из атласа штормов MAXSS (см. пункт 1.2.2). В этом атласе ТПО представлена в виде глобального анализа температуры поверхности моря 4-го уровня, полученного объединением измерений разных спутниковых инфракрасных и микроволновых радиометров методом оптимальной интерполяции [142]. Данные о ТПО представляют собой оценку температуры, из которой исключено влияние суточного хода и наличие скин-слоя (т.н. foundation sea surface temperature). Сетка продукта спутниковой температуры имеет пространственное разрешение  $0,09^\circ$  и временное разрешение 1 сут. Примеры проявления ТЦ в данных спутниковой ТПО показаны на рис. 3.1.

Одна из задач данной работы состоит в том, чтобы проанализировать закономерности в интенсивности охлаждения поверхности океана, вызванного прохождением ТЦ, не рассматривая детали его пространственного распределения. Нас интересует минимальная величина аномалии ТПО (максимальное охлаждение), которая формируется при прохождении ТЦ с данными параметрами над океаном с некоторым известным термодинамическим состоянием.

В работах [42, 45, 47] можно найти примеры оценки такой характеристики. Ряд аномалии ТПО для данного ТЦ в этих работах представлял собой последовательность аномалий, осреднённых в ячейках, лежащих на траектории ТЦ. Ячейки имели вид области размером от  $1^\circ \times 1^\circ$  до  $5^\circ \times 5^\circ$ , центр которой помещался в точку положения урагана. Для расчёта аномалии в ячейке авторы вычисляли в ней разницу *до-штормовых* (до прихода ТЦ) и *пост-штормовых* (после ухода ТЦ) полей ТПО. До-штормовая ТПО определялась осреднением полей в интервале времени, который предшествует моменту прохождения циклона через центр области, а пост-штормовая ТПО вычислялась по интервалу времени после прохождения ТЦ, либо отождествлялась с температурой в некий определённый момент после прохождения урагана.

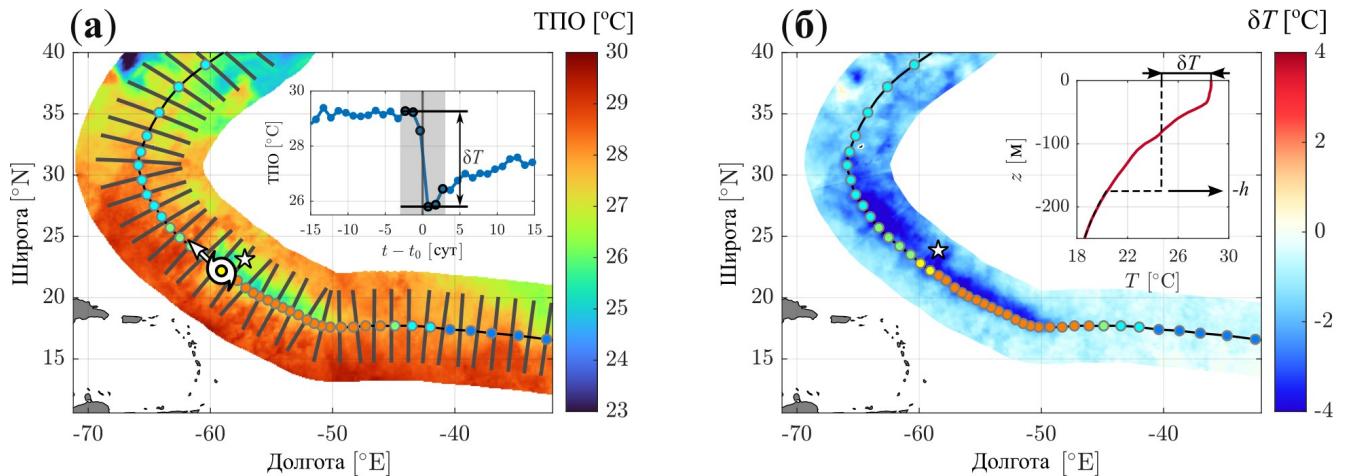
В настоящей работе мы воспользуемся другим способом оценки вызванного циклоном максимального охлаждения, основанного на получении двумерного поля аномалии ТПО, из которого впоследствии извлекается ряд искомой минимальной аномалии. С точки зрения соотнесения метеоусловий и условий в океане, под влиянием которых формируется аномалия температуры, удобнее рассчитывать последнюю в фиксированной точке пространства, считая, что она сформирована ТЦ с параметрами, полученными осреднением в интервале времени, в течение которого циклон проходит через точку.

Расчёт двумерных полей аномалии ТПО проводился в [49, 143, 144]. Авторы рассчитывали величину охлаждения поверхности в узлах сетки продуктов спутниковой температуры, так что в результате получалась подробная картина охлаждения океана в окрестности траектории циклона, из которой можно извлечь информацию о максимальном охлаждении. Отличие методов в этих работах состояло в использовании разных интервалов времени и способов оценки до-штормовой и пост-штормовой температуры. Из соображений удобства мы рассчитываем аномалию ТПО не в узлах сетки спутниковой температуры, а в точках, находящихся на перпендикулярах к траектории ТЦ, проводимых на фиксированном расстоянии друг от друга (см. рис. 3.3, а). Длина перпендикуляра составляет 600 км (300 км в одну сторону и в другую), а разрешение одномерной сетки на перпендикуляре задаётся близким к разрешению продукта спутниковой ТПО (8 км). В каждой точке сетки перпендикуляра аномалия ТПО  $\delta T$  рассчитывается как

$$\delta T = \min(T_{\text{post}}) - \max(T_{\text{pre}}), \quad (3.12)$$

где  $T_{\text{pre}}$  и  $T_{\text{post}}$  обозначают интерполированную на перпендикуляр ТПО в до-штормовом и пост-штормовом интервалах времени, соответственно.

До-штормовой интервал (временной интервал до прохождения глаза ТЦ) определяется как  $-3 \text{ сут} < (t_{\text{pre}} - t_0) < 0 \text{ сут}$ , а пост-штормовой (временной интервал после прохождения глаза ТЦ) как  $0 \text{ сут} < (t_{\text{post}} - t_0) < 3 \text{ сут}$ , где  $t_0$  равно времени прохождения глаза ТЦ через перпендикуляр. Это время можно считать одинаковым для всех точек на перпендикуляре, если его определить как момент времени, когда расстояние между данной точкой пространства и глазом ТЦ минимально. Пример расчёта аномалии ТПО в точке одного из перпендикуляров показан во вставке рис. 3.3, а. В ней время  $t_0$  равно времени прохождения ТЦ через соответствующий перпендикуляр. Серые области слева и справа линии  $t - t_0 = 0$  выделяют диапазоны времени до и после прохождения глаза ТЦ, по которым с помощью формулы (3.12) оценивается искомая  $\delta T$ . Таким образом рассчитывается аномалия ТПО на остальных перпендикулярах, следующих друг за другом с интервалом 15 км (расстояние между точками, в которых сечения пересекают траекторию ТЦ).

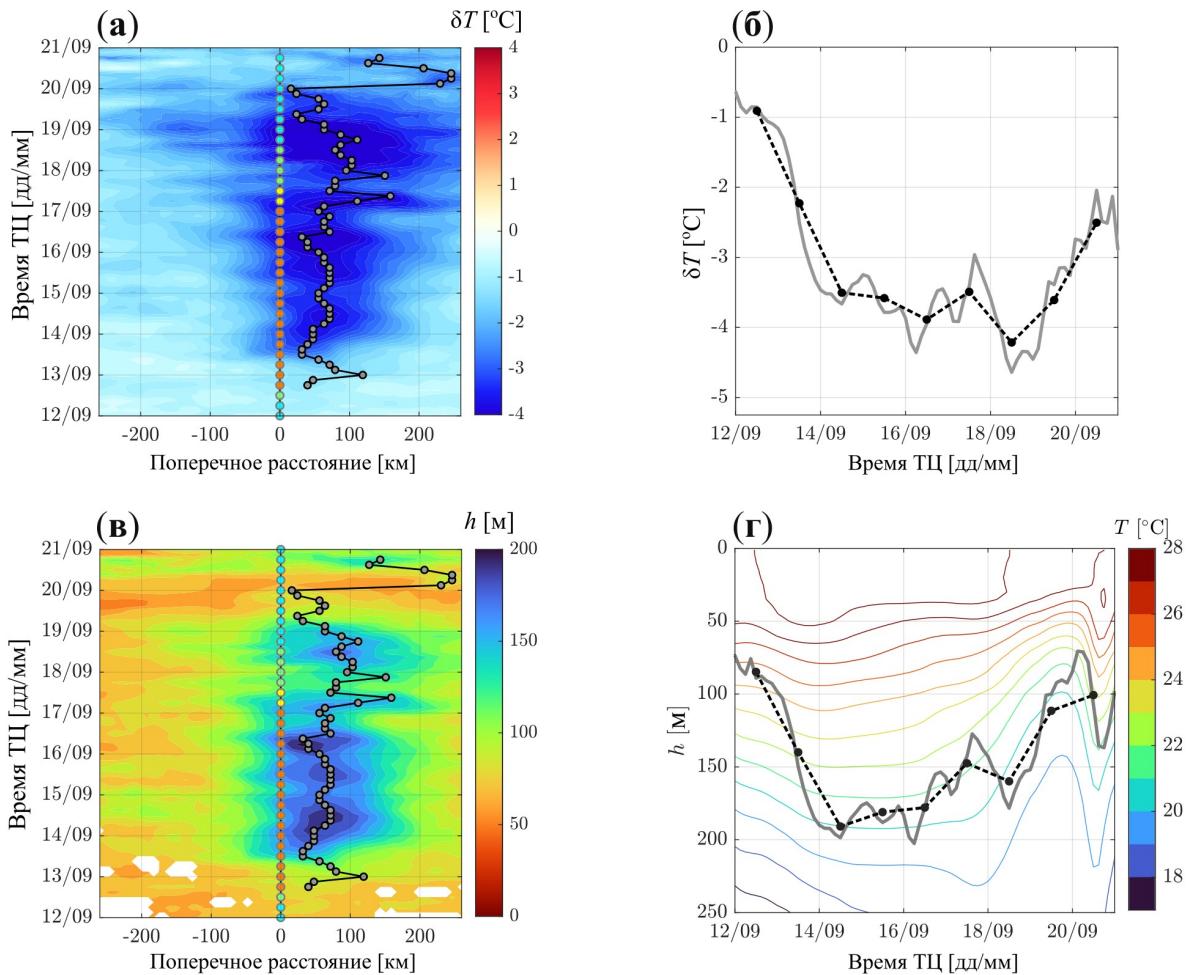


В (а) показано поле ТПО на 12:00 17 сентября 2010 г. Аномалии ТПО рассчитываются на перпендикулярах, показанных серыми линиями (показан каждый десятый перпендикуляр).

Временной ряд спутниковой ТПО в точке, отмеченной белой звёздочкой, показан во вставке. Положение глаза ТЦ и направление его движения показаны белым значком урагана и белой стрелкой, соответственно. В (б) показано двумерное поле аномалии ТПО.

Способ оценки толщины ПС по профилю температуры и аномалии ТПО в точке, отмеченной звёздочкой, показан во вставке. Цвет кружков в (а, б), указывающих положение глаза ТЦ с дискретностью 6 ч, обозначает интенсивность ТЦ по шкале Саффира-Симпсона как на рис. 1.3

Рисунок 3.3 — Иллюстрация расчёта аномалий ТПО (а) и толщины ПС (б), сформированных прохождением ТЦ Igor в Северной Атлантике в 2010 г.



В (а, в) цветные кружки показывают категорию ТЦ по шкале Саффира-Симпсона (см. рис. 1.3). Изотермы в (г) дают представление о термическом состоянии океана до прохождения ТЦ в каждом его положении

Рисунок 3.4 — Аномалия ТПО на перпендикулярах, проходящих через точки траектории ТЦ Igor (а); минимальная аномалия ТПО на перпендикулярах (серая линия) и на опорной временной сетке (чёрная штриховая линия) (б); толщина ПС на перпендикулярах, проходящих через точки траектории ТЦ (в); максимальная толщина ПС на перпендикулярах (серая линия) и на опорной временной сетке (чёрная штриховая линия) (г)

Далее, каждые три перпендикуляра осредняются, что дает результирующее сглаженное двумерное поле аномалий ТПО, полученное в координатах  $Y-T$ , где  $Y$  — расстояние поперек траектории ТЦ ( $Y > 0$  соответствует правому сектору ТЦ, а  $Y < 0$  — левому),  $T$  — время прохождения глаза ТЦ через перпендикуляр. Пример аномалий ТПО на таких перпендикулярах показан на рис. 3.4, а для ТЦ Igor (на рис. 3.3, б поле аномалии показано в географических координатах). Время прохождения ТЦ через перпендикуляры показано на оси ординат, а по оси абсцисс — расстояние поперёк траектории ТЦ. В нём хоро-

шо видно среднее смещение холодного следа вправо (примерно на 50–100 км) по отношению к направлению движения циклона, которое вызвано резонансом между инерционными колебаниями в океане и ветровыми напряжениями в циклоне. Вследствие резонанса в правом секторе ТЦ усиливаются течения (см. пункт 2.3.1), которые приводят к более интенсивному турбулентному вовлечению и охлаждению перемешанного слоя [56].

Искомый ряд максимального охлаждения поверхности океана, вызванного ТЦ, составляется из минимальных аномалий на каждом перпендикуляре. Полученный ряд максимального охлаждения впоследствии сглаживается скользящим средним с окном 50 км. Пример такого ряда показан на рис. 3.4, б серой линией для ТЦ Igor (положение минимальных аномалий отмечено чёрной линией на рис. 3.4, а). Из рисунка ясно видно как интенсивность охлаждения поверхности океана меняется вдоль траектории циклона, достигая почти минус 5 °C на некоторых участках.

Приведённая выше формула для  $\delta T$  означает, что мы определяем аномалию ТПО как разницу между минимальной температурой в пост-штормовом интервале времени, длина которого равна 3 суткам, и максимальной в до-штормовом, имеющим такую же длину. Расчёты показывают, что выбор интервалов времени меньшей длительности приводит к тому, что аномалии на перпендикулярах недооцениваются, и двумерное поле получается фрагментированным (рис. 3.5, а). Выбор интервалов большей длительности, напротив, приводит к насыщению оценок аномалий (рис. 3.5, б, в), что ожидаемо, т.к., например, через 5 суток даже самые медленные ТЦ успевают удалиться достаточно далеко от рассматриваемой области, чтобы считать аномалию в ней сформировавшейся. Определение аномалии ТПО по средним температурам в до-штормовом и пост-штормовом интервалах времени, как было сделано в [49] и частично в [47], приводит к тому, что охлаждение значительно недооценивается (рис. 3.5, г). Из-за быстрого восстановления ТПО под влиянием солнечного прогрева в первые дни после прохождения циклона (см. вставку на рис. 3.3, а и [47]), пост-штормовая температура, найденная осреднением, будет заведомо завышенной, так что амплитуда аномалии оказывается недооценённой. Использование в качестве пост-штормовой температуры значения ТПО на некий фиксированный день после прохождения циклона (как было сделано в [42]) также имеет очевидный недостаток, связанный с тем, что минимум температуры может достигаться в разные дни [47].

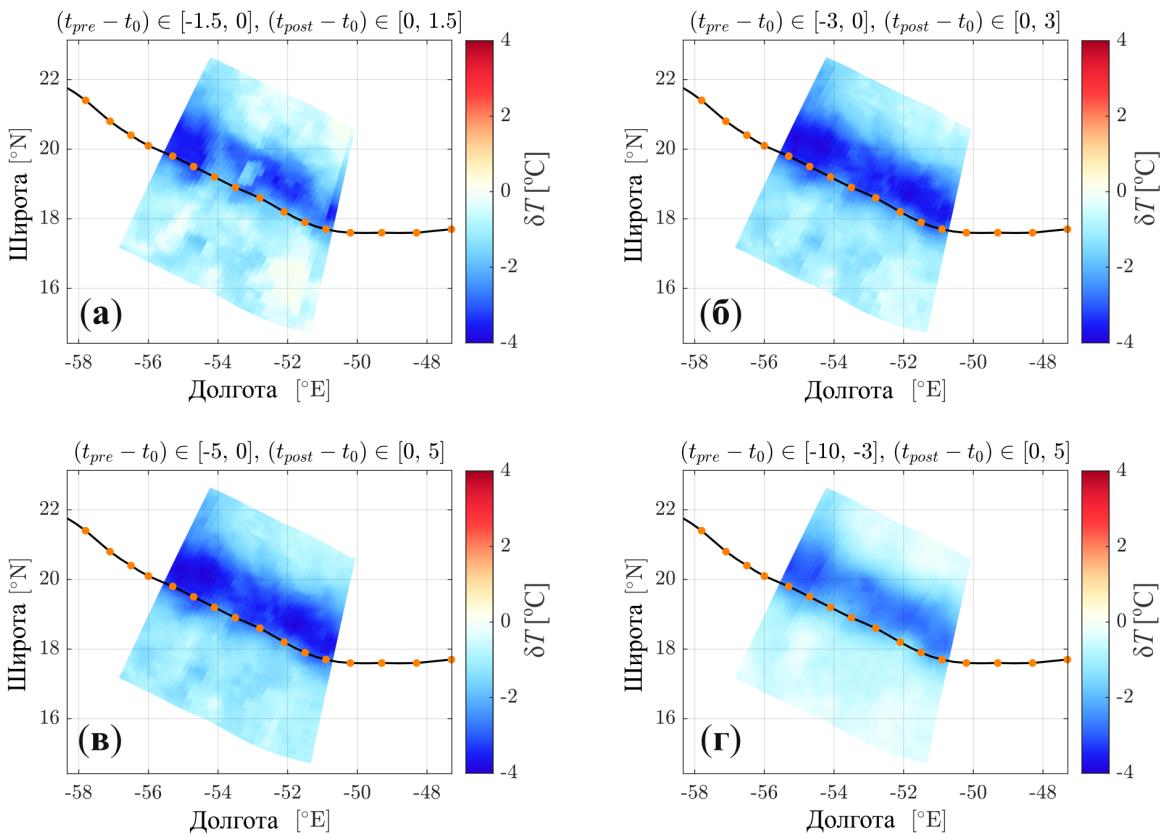


Рисунок 3.5 — Влияние длины до-штормового и пост-штормового интервалов времени и осреднения на оценку аномалии ТПО по формуле (3.12) на участке траектории ТЦ Igor: (а) — длина обоих интервалов равна 1,5 дням; (б) — 3 дням; (в) — 5 дням; (г) — для оценки аномалии используются средние значения ТПО в пре-штормовом интервале времени длительностью 7 дней и пост-штормовом интервале длительностью 5 дней

Таким образом, использование минимума и максимума в указанных интервалах времени позволяет получить наиболее полную величину охлаждения поверхности океана (подобный подход к расчёту также применялся в [143, 144]).

**3.2.2 Метод оценки толщины ПС по аномалиям ТПО.** В пункте 3.1.3 было сказано, что в условиях прохождения ТЦ основными механизмами охлаждения ПС являются вертикальное турбулентное перемешивание и апвеллинг. В этих условиях температура ПС и его толщина оказываются связаны уравнением (3.10). Считая, что ТПО не сильно отличается от температуры ПС, мы можем воспользоваться этим уравнением, чтобы оценить толщину ПС по аномалии ТПО, измеряемой спутниковыми радиометрами. Полагая  $\zeta \approx z(1 - \Delta)$ , где  $\Delta$  — относительное вертикальное смещение изотерм, связанное с бароклиинной реакцией океана, получаем следующую формулу, связывающую

толщину ПС и аномалию ТПО

$$\delta T = \frac{1}{h} \int_{-h}^0 T_0(z[1 - \Delta]) dz - T_0(0). \quad (3.13)$$

Толщина ПС определяется как решение трансцендентного уравнения (3.13), в котором в качестве  $\delta T$  используется аномалия ТПО, измеряемая спутниками (см. пункт 3.2.1), а в качестве  $T_0(z)$  берётся вертикальный профиль температуры из базы данных ISAS20 (см. пункт 1.2.2), при этом  $T_0(0)$  является температурой на первом доступном горизонте (в ISAS20 равен 1 метру).

Несмотря на очевидную простоту формулы (3.13), её практическое применение для оценки  $h$  по наблюдаемой аномалии ТПО оказывается невозможным из-за того, что деформация профиля температуры вертикальной адвекцией заранее неизвестна (неизвестен параметр  $\Delta$ ). По этой причине мы определяем  $h$  как решение уравнения (3.13) при  $\Delta = 0$ , полагая, что влияние вертикальной адвекции, вызванной ТЦ, проявится в значениях толщины ПС, которая должна быть тем больше, чем сильнее апвеллинг при прочих равных условиях. Таким образом, оценку  $h$  стоит рассматривать в качестве «первого приближения» для толщины, которую можно анализировать. Отметим, что описанный способ оценки толщины ПС с помощью уравнения (3.13) при  $\Delta = 0$  ранее использовался в [145–147]. Связь  $h$  с толщиной, вычисленной с учётом апвеллинга, приводится в пункте 4.1.3.

Как показано в [64, см. доп. материалы], толщина ПС в интегральной модели не совпадает с толщиной фактического однородного слоя, полученного с помощью дифференциальной модели [57], разрешающей столб воды по вертикали. При этом, как замечено в [64], температура ПС, рассчитанная с помощью интегральной модели, близка к температуре фактического однородного слоя, который предсказывается дифференциальной моделью. Сказанное означает, что толщину, которая определяется в рамках интегрального уравнения баланса тепла, следует рассматривать скорее как масштаб для толщины фактического (истинного) однородного слоя.

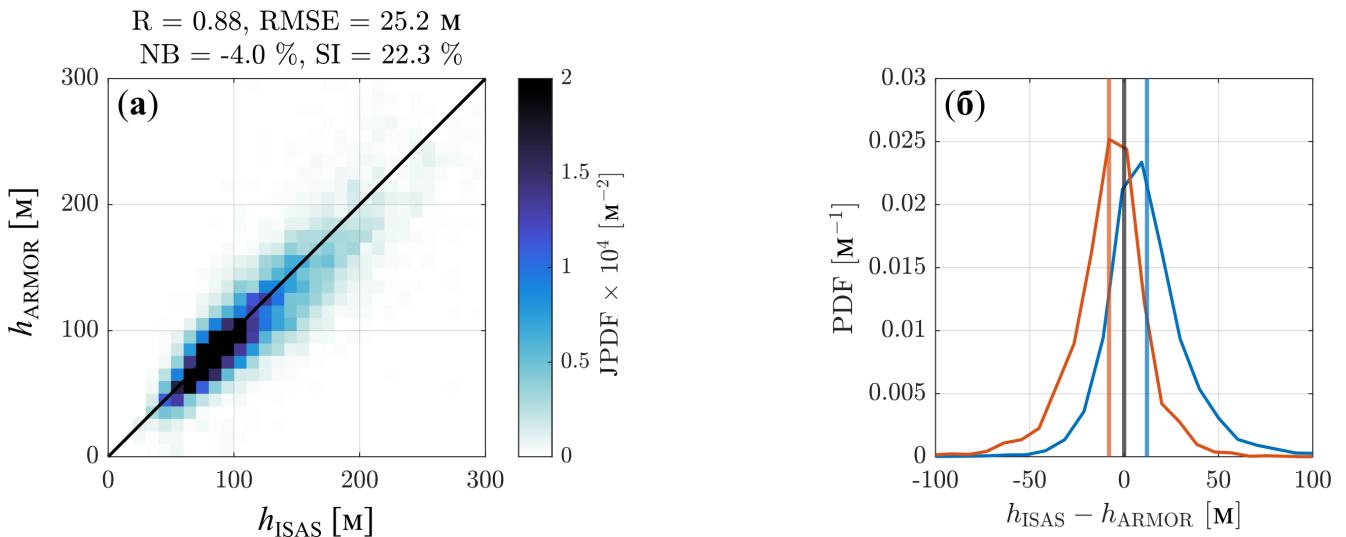
Подобно аномалии ТПО, толщина ПС оценивается в точках, лежащих на перпендикулярах к траектории ТЦ. Пример оценки толщины ПС в точке на одном из перпендикуляров показан на рис. 3.3, б. Для расчёта  $h$  в разных точках перпендикуляра используется один профиль температуры, полученный

пространственно-временной интерполяцией данных ISAS20 в положение ТЦ, к которому относится данный перпендикуляр. Таким образом, возможная вариация профиля температуры в направлении поперёк движения циклона не рассматривается, однако изменение профиля при переходе от одного перпендикуляра к другому по-прежнему учитывается. Задание фиксированного профиля температуры для всех точек перпендикуляра, в которых рассчитывается  $h$ , связано с тем, что пространственное разрешение по горизонтали данных ISAS20 равно примерно 50 км и близко к расстоянию от траектории ТЦ, на котором обычно наблюдаются интенсивные аномалии ТПО [45, 47, 49, 51].

Толщина ПС на перпендикулярах, полученная с учётом данного упрощения, показана на рис. 3.4, в, из которого следует, что поле толщины в целом повторяет поле аномалии ТПО. Расхождения между этими полями возникают из-за особенностей распределения температуры под поверхностью океана в момент прохождения циклона, которые можно увидеть на рис. 3.4, г. Как и в случае с оценкой максимального охлаждения поверхности океана, для анализа мы отбираем максимальные значения толщины ПС на перпендикулярах, показанные в том же рис. 3.4, г (положение максимальных толщин отмечены чёрной линией на рис. 3.4, в).

Временное разрешение данных ISAS20, равное одному месяцу (см. пункт 1.2.2), может показаться довольно грубым для получения информации о начальном состоянии океана до прохождения ТЦ, которое используется как при оценке толщины ПС, так и при последующем анализе. Существуют и другие данные, который можно использовать в качестве альтернативы ISAS20. Таковым, например, является анализ ARMOR3D L4 [148], имеющий недельное разрешение по времени и разрешение  $0,25^\circ$  по широте и долготе (разрешение по глубине несколько грубее, чем у данных ISAS20).

Проведя повторный расчёт толщины ПС с использованием данных ARMOR3D, мы пришли к выводу, что поля температуры и солености из этого массива данных не превосходят поля из ISAS20 с точки зрения уменьшения статистической неопределённости. Мы убедились, что использование этого набора данных не улучшает наши результаты и не меняет основные выводы (подробности см. в пункте 3.2.2). Это связано с тем, что толщина ПС, рассчитанная по формуле (3.13) с использованием профилей  $T_0(z)$  из ARMOR3D в среднем не сильно отличается от толщины, полученной по данным ISAS20 (см. рис. 3.6, а).



Цветными вертикальными линиями в (б) показаны средние значения для соответствующей функции плотности вероятности

Рисунок 3.6 — Функция совместной плотности вероятности (JPDF) для толщины ПС, рассчитанной по формуле (3.13) с использованием профилей температуры из базы данных ISAS20 и ARMOR3D (а); функции плотности вероятности (PDF) для разницы оценок толщины ПС в условиях, когда разница температур на первых горизонтах в массивах данных отрицательна (синяя линия) и положительна (оранжевая линия) (б)

Отличия оценок толщины ПС в основном возникают из-за различия в температуре на первом горизонте в соответствующем массиве данных: 1 м в ISAS20 и 0 м в ARMOR3D. Это подтверждается рис. 3.6, б, который показывает, что в среднем отношения толщин ПС по ISAS20 и ARMOR3D отслеживает отношение между температурами на первых горизонтах из тех же массивов данных. Отличия в этих температурах возникают из-за того, что в AMOR3D (в отличие от ISAS10) первым является горизонт, совпадающий с поверхностью, температура на котором оценивается с применением усвоения данных спутниковых измерений [148]. Если рассмотреть температуры из разных баз данных на общем горизонте (например на 5 м), то корреляция станет ещё выше (не показано).

Согласно формуле (3.13), отличия в оценках  $h$  могут также возникать из-за более глобальных отличий в профилях температуры  $T_0(z)$ . Как показывает сравнение полей температуры из ISAS20 и ARMOR3D на горизонте 100 м, случаи, в которых профили  $T_0(z)$  сильно отличаются (например, из-за присутствия вихрей в ARMOR3D), достаточно редки.

Таким образом, мы видим, что основная изменчивость полей океана хорошо улавливается полями ISAS20, которые основаны исключительно на данных

наблюдений в отличие от полей ARMOR3D или других распространенных реанализов, дающих более подробную информацию в пространстве и времени по сравнению с массивом ISAS20.

**3.2.3 Осреднение параметров и отбор положений ТЦ.** Длительность периода времени, в течение которого формируется аномалия ТПО и, как следствие, получаемая из нее толщина ПС, зависит от скорости перемещения ТЦ. Если не рассматривать практически стационарные циклоны, эта длительность, как правило, не превышает двух дней [42, 47]. При этом она не может быть меньше одного дня — ограничение, накладываемое временной дискретностью продукта спутниковой ТПО. Параметры ТЦ, в свою очередь, могут значительно меняться (на десятки процентов) на меньших масштабах времени. Сказанное означает, что параметры циклонов необходимо осреднять и период осреднения должен быть не меньше одних суток. Данные о вертикальных профилях температуры и солёности, напротив, имеют весьма грубую дискретность по времени (один месяц). Для определённости мы будем использовать временную сетку продукта спутниковой ТПО в качестве опорной, т.е. такой, к которой приводятся все данные на этапе анализа. Однако, на этапе обработки, вычисления проводятся на удобных для расчётов временных сетках. Так, например, радиус максимальной скорости ветра, оценивается для каждого момента времени, данного в IBTrACS. Одномерная аномалия ТПО изначально рассчитывается на эквидистантных перпендикулярах к траектории ТЦ (см. пункт 3.2.1), которые соответствуют разным моментам времени прохождения ТЦ. Профили температуры и солёности интерполируются по времени и пространству в точки нахождения ТЦ и т.д. Таким образом, все параметры, подлежащие анализу, оцениваются на различных временных сетках, но затем интерполируются на опорную. Примеры максимального охлаждения и толщины ПС, связанных с прохождением ТЦ Igor, и переведённых на опорную временную сетку, показаны чёрными штриховыми линиями на рис. 3.4, б и г, соответственно.

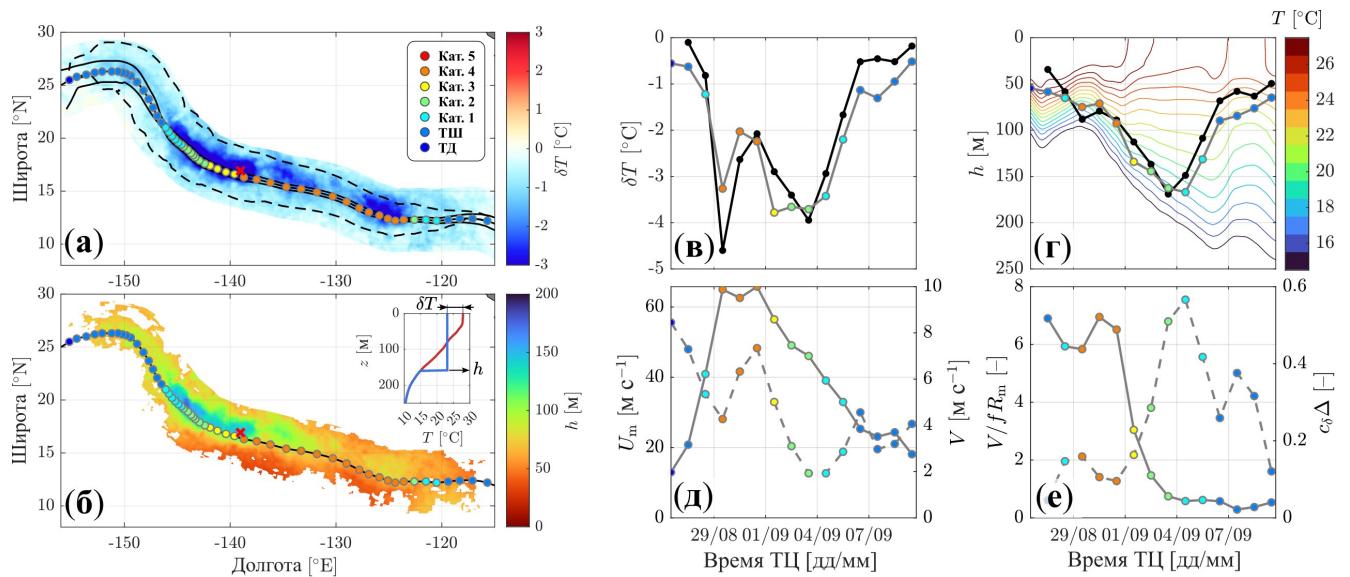
На этапе анализа мы рассматриваем сильные ТЦ, движущиеся над открытыми и глубокими частями Мирового океана. Критерий интенсивности циклонов означает, что из анализа исключаются ТЦ, чья максимальная скорость ветра  $U_m < 32 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (64 уз, что соответствует нижней границе ТЦ первой категории по шкале Саффира-Симпсона). Критерий открытого океана означает, что мы не рассматриваем ТЦ, расстояние от которых до ближайшей суши

меньше 200 км (параметр известный из базы данных IBTrACS). Выбор такого расстояния связан с тем, что в пункте 4.2.2 будет применяться эмпирическая модель апвеллинга, справедливая в безграничном океане. Для того, чтобы считать выводы этой модели применимыми к реальным условиям, расстояние до суши должно быть достаточно велико по сравнению с бароклиническим радиусом деформации Россби (пространственный масштаб задачи). В широтах типичных для ТЦ ( $15\text{--}30^\circ$ ) и для стратификации в тропиках радиус деформации составляет примерно 50 км, так что использование расстояния 200 км позволяет считать выводы модели апвеллинга применимыми к реальным условиям. Наконец, критерий глубокого океана означает, что из анализа исключаются ТЦ, находившиеся над океаном с локальной глубиной меньше 2 км (параметр известный из базы данных ISAS20). Этот критерий также связан с применимостью упомянутой модели апвеллинга. Она была построена для условий, в которых толщина пикноклина достаточно мала по сравнению с глубиной океана. Используя 2 км в качестве минимальной глубины при типичной глубине залегания нижней границы сезонного пикноклина 100–200 км (см. рис. 1.4, е), мы можем быть уверены, условия применимости модели апвеллинга выполняются с запасом.

### 3.3 Предварительный анализ аномалий ТПО и толщины ПС в следах ТЦ

**3.3.1 Случай ТЦ Jimena и Teddy.** Рассматривая временную эволюцию параметров ТЦ и стратификации океана под циклоном можно сделать предварительные выводы о происхождении наблюдаемых аномалий ТПО. На рис. 3.7, а и 3.8, а показаны примеры полей аномалии ТПО, сформированной под влиянием ТЦ Jimena (циклон из восточной части Тихого океана, 2015 г.) и Teddy (циклон из Северной Атлантики, 2020 г.).

Случай Jimena иллюстрирует влияние скорости ветра и скорости перемещения ТЦ на аномалию ТПО. Усиление охлаждения до положения, в котором ТЦ находился 29 августа, может быть связано с увеличением скорости ветра в самом ТЦ с  $20$  до  $65 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и с уменьшением скорости его перемещения с  $6$  до  $4 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (рис. 3.7, д). Ослабление аномалии ТПО на участке, на котором ТЦ находился с 29 августа по 1 сентября, коррелирует с увеличением скорости перемещения ТЦ с  $4$  до  $7,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Повторное замедление циклона на участке



В (а) чёрные сплошная и штриховая линии отображают величину радиуса максимальной скорости ветра и радиуса скорости ветра 34 уз, соответственно. В (б) вставка иллюстрирует получение оценки толщины ПС по известной аномалии ТПО и профилю температуры в точке, отмеченной красным крестиком. Чёрными линиями в (в) и (г) показаны значения аномалии ТПО и толщины ПС, предсказанные формулой (4.31). В (г) также показаны изотермы под ТЦ, полученные пространственно-временной интерполяцией данных ISAS20 на траекторию ТЦ. Цвет кружков в рисунках, указывающих положение глаза ТЦ с дискретностью 6 ч, обозначает интенсивность ТЦ по шкале Саффира – Симпсона

Рисунок 3.7 — Двумерное поле аномалии ТПО, связанной с прохождением ТЦ

Jimena (а); двумерное поле толщины ПС (б); ряды максимального охлаждения (в), максимальной толщины ПС (г), максимальной скорости ветра  $U_m$  (сплошная линия) и скорости перемещения ТЦ  $V$  (штриховая линия) (д), (е) безразмерной скорости  $V/(fR_m)$  (сплошная линия) и безразмерного параметра апвеллинга  $\Delta$  (штриховая линия)

с 1 по 4 сентября, которое происходило на фоне его ослабления ( $U_m$  постепенно уменьшалась с 65 до  $40 \text{ м} \cdot \text{s}^{-1}$ ), могло привести к тому, что интенсивность охлаждения поверхности оставалась практически постоянной. На заключительном этапе существования ТЦ его ослабление и ускорение, по всей видимости, способствовали более слабому охлаждению поверхности.

Ситуация с циклоном Teddy может являться примером влияния изменения фоновой стратификации на охлаждение поверхности. До 18 сентября усиливающийся ТЦ формировал всё более интенсивную аномалию ТПО. Интенсификация охлаждения, по-видимому, ограничивалась ослаблением градиента температуры в океане (аномалия могла быть больше, если бы градиент был сильнее). Однако в последующий период, до 21 сентября, ни скорость ветра (ко-

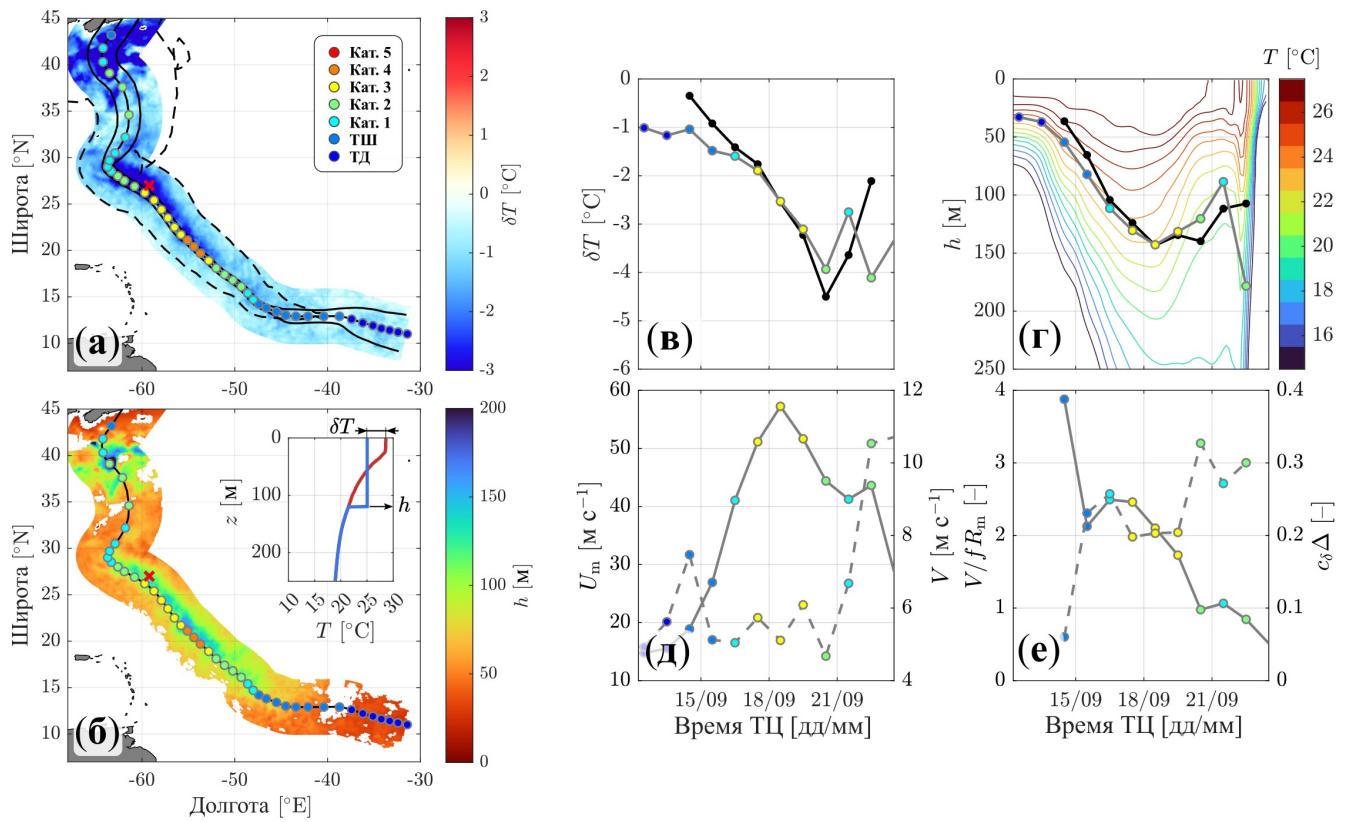


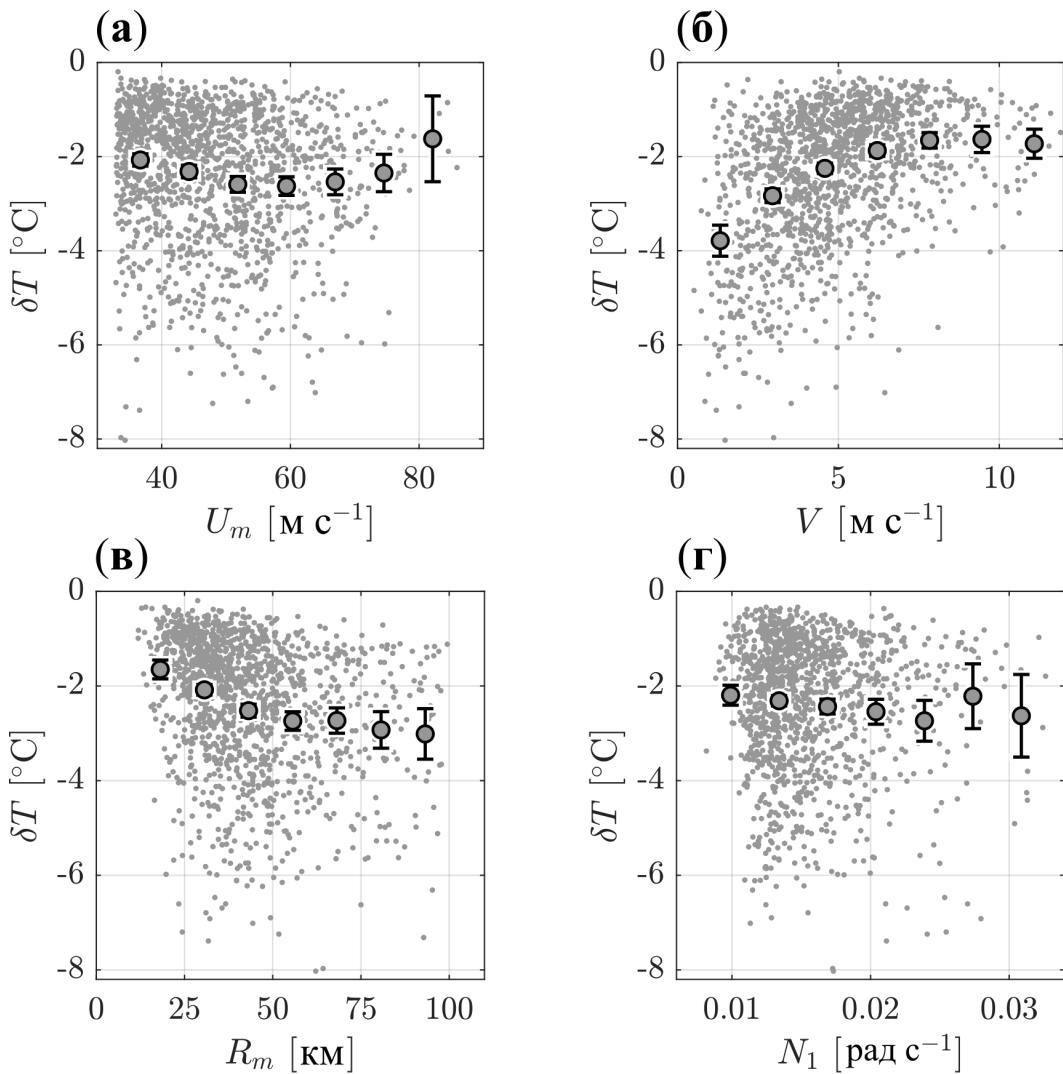
Рисунок 3.8 — То же, что и на рис. 3.7, но для ТЦ Teddy

торая уменьшалась), ни скорость перемещения ТЦ (которая оставалась почти постоянной) не менялись таким образом, чтобы можно было объяснить увеличение аномалии с почти минус 2,5 до минус 4 °C (рис. 3.8, в, д, е). Правдоподобным объяснением наблюдаемого поведения  $\delta T$  является увеличение вертикального градиента температуры в океане в период с 18 по 21 сентября, которое привело к усилению аномалий ТПО (рис. 3.8, г). Ближе к концу жизни ТЦ Teddy вблизи побережья Новой Шотландии имело место интенсивное охлаждение почти на 6 °C, однако, его большой пространственный масштаб не характерен для следов, связанных с прохождением ТЦ (ср. эту область на рис. 3.8, а с другими областями охлаждения поверхности в более низких широтах). Можно предположить, что наблюдаемые аномалии ТПО вблизи Новой Шотландии связаны с другими процессами, происходящими в районе Гольфстрима, такими как прохождение мезомасштабных вихрей, которые могут переносить массы воды разной температуры.

Двумерные поля толщины ПС, рассчитанной для ТЦ Jimena и Teddy по полям аномалии ТПО (рис. 3.7, а, рис. 3.8, а) и профилям температуры на траектории циклонов (рис. 3.7, г, рис. 3.8, г), показаны на рис. 3.7, б и рис. 3.8, б (примеры оценки толщины в конкретных точках приведены во вставках к со-

ответствующим рисункам). Подобно охлаждению поверхности экстремальные значения толщины ПС смещены вправо от траекторий ТЦ и достигают в некоторых местах 150–200 м. Максимальные значения толщины на перпендикулярах к траектории ТЦ показаны на рис. 3.7, в и рис. 3.8, в. В целом, поведение толщины ПС повторяет поведение аномалии ТПО, что ожидаемо в силу способа расчёта первой. Расхождения между тенденциями изменения этих двух параметров вдоль траекторий ТЦ связаны с изменением фонового вертикального распределения температуры в океане. Наиболее яркие отличия поведения толщины ПС от аномалии ТПО наблюдаются в случае циклона Jimena, у которого минимумы аномалии 30 августа и 1–4 сентября близки по величине, в то время как соответствующие максимумы в толщине сильно отличаются. В случае ТЦ Teddy тоже можно заметить несоответствие между толщиной и охлаждением поверхности после 18 сентября.

**3.3.2 Общие зависимости аномалий ТПО от характеристик ТЦ и стратификации океана.** Следуя многим предыдущим работам, мы можем также рассмотреть зависимость аномалии ТПО от параметров ТЦ и стратификации океана по всей нашей базе данных. При усилении скорости ветра до примерно  $60 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  степень охлаждения поверхности океана увеличивается (рис. 3.9, а) — тенденция, которая неоднократно отмечалась и ранее [38, 42, 43, 45, 47–49, 51]. При больших скоростях ветра средняя аномалия насыщается. В [42] это насыщение интерпретировали как свидетельство контроля океана над интенсивностью ТЦ: авторы предположили, что в среднем ТЦ достигают самых больших интенсивностей из-за того, что океан под такими циклонами сильно не охлаждается. Большие и медленные циклоны в среднем приводят к более сильному охлаждению, чем быстрые и маленькие (рис. 3.9, б, в), что также отмечалось в более ранних исследованиях [43, 44, 48, 51]. Эта тенденция ожидаема, поскольку при малой скорости перемещения и большом размере возрастает время действия ТЦ на океан, что приводит к увеличению импульса и кинетической энергии, которые поглощаются океаном при прохождении урагана. Зависимость охлаждения от стратификации при таком грубом анализе практически не проявляется (рис. 3.9, г), что можно связать с её разнонаправленным влиянием на аномалию ТПО: с одной стороны, при высоких градиентах плотности ослабевает турбулентное вовлечение, но, с другой стороны, контраст между ПС и вовлекаемой в него нижележащей водой усиливается, что приводит к уси-



Большие серые кружки обозначают среднее значение аномалии ТПО в интервалах параметров по оси абсцисс. Вертикальные линии около серых кружков, показывают доверительные интервалы 95% вероятности. С целью лучшей демонстрации разницы между средними величинами диапазон  $\delta T$  ограничен снизу значением минус 8 °C

Рисунок 3.9 — Зависимость аномалии ТПО от максимальной скорости ветра в ТЦ (а), скорости перемещения ТЦ (б), радиуса максимальной скорости ветра в ТЦ (в) и частоты плавучести в сезонном пикноклине (г)

лению охлаждения. Более полная интерпретация наблюдаемых аномалий ТПО в терминах толщины ПС будет дана в пункте 4.3.1, в котором мы применим построенную модель толщины ПС к термическим следам ТЦ Jimena и Teddy.

### 3.4 Выводы к Разделу 3

В этом разделе были получены следующие результаты:

- 1) Сформирована база данных оценок аномалий ТПО, вызванных прохождением ТЦ, под которыми понимаются минимальные значения двумерных

полей аномалий ТПО на перпендикулярах, проведённых к траекториям циклонов. В основе оценки аномалий лежит разность максимальной ТПО в локальном до-штормовом и минимальной ТПО в пост-штормовом интервалах времени. Локальным до-штормовым и пост-штормовым интервалами считаются диапазоны времени от нуля до 3 сут до и после прохождения ТЦ, соответственно.

2) По аномалиям ТПО были получены оценки максимальных толщин ПС, сформированных ТЦ. Вычисление толщины ПС основано на предположении об определяющей роли турбулентного перемешивания и вертикальной адвекции (апвеллинга) в охлаждении ПС, при использовании которого толщина ПС и аномалия ТПО оказываются связанными уравнением баланса тепла, что позволяет оценить толщину по охлаждению поверхности, наблюдаемому спутниковыми радиометрами.

3) На основе сформированной базы данных был проведён качественный анализ закономерностей формирования аномалий ТПО под воздействием двух ТЦ. Наблюданное усиление и ослабление охлаждения поверхности океана хорошо объясняется изменением скорости ветра в циклоне, скорости его перемещения, а также изменением стратификации в океане под ТЦ.

4) Получены общие зависимости аномалий ТПО от характеристик ТЦ и стратификации океана, согласующиеся с результатами предыдущих работ. Аномалия ТПО усиливается при увеличении максимальной скорости ветра в ТЦ до  $60 \text{ м} \cdot \text{s}^{-1}$ , и уменьшается при больших скоростях ветра. Кроме того, охлаждение поверхности океана тем сильнее, чем больше размер циклонов и меньше скорость их перемещения.

Материалы Раздела 3 опубликованы в работе [90].

## РАЗДЕЛ 4 ТЕРМИЧЕСКАЯ РЕАКЦИЯ ОКЕАНА НА ТЦ: МОДЕЛИРОВАНИЕ

### 4.1 Теория подобия для толщины ПС

**4.1.1 Основные параметры.** Как известно из многих работ (см. например [47, 49]) и видно из рис. 3.7, а и рис. 3.8, а, минимум аномалии ТПО, вызванной прохождением ТЦ, практически всегда смещен относительно траектории ТЦ (вправо в северном полушарии и влево в южном). Если в поверхностном слое присутствует распреснённая вода, что например типично для районов океана, в которые впадают крупные пресноводные реки, в результате прохождения ТЦ на поверхности возникнет аномалия солёности, которая также оказывается смещённой относительно траектории [49, 50, 149, 150]. Полученные нами поля толщины ПС демонстрируют ту же тенденцию (см., например, рис. 3.7, а и б) вследствие метода оценки  $h$ .

Эта поперечная неоднородность полей аномалии ТПО главным образом связана с сильной асимметрией скорости поверхностных течений, возникающей вследствие резонанса между ветровыми напряжениями в циклоне и инерционными колебаниями в океане (см. пункт 4.1.2). Асимметрия течений приводит к поперечной неоднородности интенсивности турбулентного вовлечения холодной воды в ПС. Основываясь на этом наблюдении, мы полагаем, что релевантным внешним параметром, характеризующим атмосферное воздействие на слой перемешивания, является не параметр атмосферы, такой как скорость ветра или скорость трения, а поток массы в ПС

$$\mathbf{M} = \int_{-h}^0 \mathbf{u} dz. \quad (4.1)$$

Энергия турбулентности в ПС ограничена работой турбулентных напряжений против силы плавучести на нижней границе этого слоя. Подходящей мерой этого эффекта является перепад плавучести у основания ПС

$$\Delta b = -g \frac{\Delta \rho}{\rho_0}, \quad (4.2)$$

где  $g$  — ускорение свободного падения;

$\rho_0$  — среднее значение плотности морской воды;

$\Delta\rho = \rho_m - \rho_h$  — разность между плотностью ПС и плотностью под его нижней границей (фоновая  $\rho$  при  $z = -h$ ).

Из параметров  $M \equiv |\mathbf{M}|$  и  $\Delta b$  можно составить величину, имеющую размерность длины, которую мы отождествляем с масштабом толщины ПС

$$h \propto \frac{M^{2/3}}{\Delta b^{1/3}}. \quad (4.3)$$

Если предположить, что средняя скорость в ПС слабо отличается от скорости на нижней границе этого слоя, и ввести перепад скорости  $|\Delta\mathbf{u}| = M/h$ , то (4.3) сводится к утверждению о постоянстве глобального числа Ричардсона

$$\text{Ri} \equiv \frac{\Delta b h}{|\Delta\mathbf{u}|^2} = \text{const.} \quad (4.4)$$

Авторы работы [55] первыми воспользовались гипотезой о постоянстве числа  $\text{Ri}$  для замыкания системы уравнений баланса импульса и тепла в ПС, чтобы рассчитать эволюцию толщины ПС во времени. Этот тип упрощенного замыкания системы уравнений для решения задачи об охлаждении ПС также использовался в ряде других исследований [9, 47, 59, 64, 139].

Следуя [55, 59, 64],  $\Delta b$  можно выразить через профиль частоты плавучести  $N^2 = (g/\rho_0)\partial\rho/\partial z$  в океане, который наблюдается до прохождения ТЦ

$$\Delta b(h) = -\frac{g}{\rho_0} \left[ \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \rho(z) dz - \rho(-h) \right] = \frac{1}{2} h N_{\text{eff}}^2(h). \quad (4.5)$$

В этой формуле мы ввели обозначение

$$N_{\text{eff}}^2 = -\frac{2}{h^2} \int_{-h}^0 z N^2(z) dz. \quad (4.6)$$

Заменяя  $\Delta b$  на  $N_{\text{eff}}^2$  и используя понятие глобального числа Ричардсона (4.4), выражение (4.3) можно переписать в виде

$$h = (2\text{Ri}_{\text{cr}})^{1/4} \left( \frac{M}{N_{\text{eff}}} \right)^{1/2}. \quad (4.7)$$

Параметр  $Ri_{cr}$  в этой формуле играет роль константы, которую можно определить по экспериментальным данным.

В данном разделе мы будем рассматривать только максимальное значение толщины ПС, соответствующее минимально возможной аномалии ТПО, которую способен сформировать ТЦ с данными параметрами в океане с данными профилями температуры и солености (моделирование пространственно неоднородного поля толщины проводится в подразделе 4.4). В такой постановке численной оценкой  $h$  в формуле (4.7) является максимальная толщина на перпендикулярах к траекториям ТЦ, получение которой было описано в пункте 3.2.2. Как следствие, для сопоставления с такой  $h$  и проверки ожидаемых зависимостей мы будем использовать максимальный модуль потока массы  $M_m$ , создаваемый ТЦ с параметрами  $U_m$ ,  $R_m$  и  $V$ .

Формула (4.7) является определением толщины ПС, которое отражает её зависимость от основных влияющих параметров: интенсивности ветрового дрейфа в ПС и степени стратифицированности океана под ПС. Проверке этого выражения посвящён подраздел 4.2. Типичным явлением, связанным с прохождением ТЦ, также является вызванный дивергенцией дрейфового течения апвеллинг, влияние которого на величину аномалии ТПО, было ясно продемонстрировано в численных расчетах [151], где было показано, что интенсивность апвеллинга сильно возрастает при падении скорости движения ТЦ ниже  $3-3,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ . Как будет показано в пункте 4.1.3, влияние апвеллинга можно учесть в рамках выражения (4.7).

На данном этапе мы не можем приступить к проверке (4.7), поскольку измерения потока массы отсутствуют. По этой причине в следующем пункте мы рассмотрим процессы, формирующие поток массы в условиях прохождения ТЦ, с целью установления параметров, от которых зависит  $M$  в (4.7) и, как следствие, должна зависеть толщина ПС.

**4.1.2 Поток массы в ПС под ТЦ.** В набор определяющих максимальный модуль потока массы параметров в первую очередь следует включить скорость трения в воде  $u_* = U_m \sqrt{(\rho_a / \rho_w) C_d}$  (где  $U_m$  — максимальная скорость ветра в циклоне,  $C_d$  — коэффициент сопротивления,  $\rho_a$  и  $\rho_w$  — плотности воздуха и воды, соответственно) и параметр Кориолиса  $f$ , т.к. течения в ПС, создаваемые ТЦ, в первую очередь формируются действием касательных напряжений и силы Кориолиса. Кроме того, поток массы должен зависеть от времени

действия ТЦ на океан, которое определяется отношением размера циклона  $R_m$  (радиуса максимальной скорости ветра) к скорости его перемещения  $V$ .

Действие силы Кориолиса в условиях перемещающегося ТЦ существенно, т.к. оно ответственно за известную асимметрию поверхностных течений, наблюдающуюся по данным дрифтеров [32, 39, 40, 152], которая обуславливает смещение области минимальных температур относительно траектории ТЦ. В [53, 56, 153] показано, что асимметрия поверхностных течений относительно траектории ТЦ в основном возникает из-за разного направления вращения вектора ветровых напряжений в областях, находящихся слева и справа от траектории циклона. В северном полушарии в точке, находящейся в правом секторе ТЦ, направление вращения локального вектора касательных напряжений при прохождении ТЦ совпадает с направлением инерционных колебаний. В левом секторе эти направления противоположны. Как следствие, работа касательных напряжений по перемещению жидких частиц в правом секторе циклона оказывается значительно больше, чем в левом секторе, что и приводит к большим скоростям течений.

Помимо величины ветрового напряжения, времени его действия и силы Кориолиса есть и другой фактор, влияющий на баланс импульса в ПС. Уравнение (4.7) предполагает, что ПС развивается в режиме, в котором его глобальное число Ричардсона сохраняет постоянное (критическое) значение, что означает нахождение нижней границы ПС в состоянии неустойчивости Кельвина–Гельмгольца. С одной стороны, в результате неустойчивости происходит обрушение волн, возникших на границе раздела, которое приводит к заглублению ПС [55]. С другой стороны, неустойчивые колебания нижней границы ПС приводят к излучению внутренних волн в стратифицированные слои под ПС. Внутренние волны уносят импульс и энергию из ПС, а значит, влияют на скорость течения и интенсивность турбулентности в ПС. На возможность этого влияния было указано в [136, 154]. В частности в [136, с. 113–124] было обращено внимание на особенности данных лабораторных измерений турбулентного вовлечения в стратифицированной [138] и двухслойной [155] жидкостях. Безразмерная скорость вовлечения в этих двух экспериментах отличалась практически в два раза: скорость вовлечения в двухслойной жидкости больше, чем в жидкости с непрерывной стратификацией. В [136, с. 113–124] предположили, что в первом случае развитие ПС происходит быстрее за счет отсутствия стока энергии турбулентности посредством излучения внутренних гравитаци-

онных волн, которые не могут распространяться в однородной жидкости ниже слоя перемешивания. Заметим, что существуют и иные точки зрения на причины, по которым скорости вовлечения в экспериментах [138] и [155] отличаются. Так, например, в [156] наблюдаемое отличие скоростей вовлечения объясняется через особенности диссипативного члена в уравнении для турбулентной кинетической энергии, для чего автор привлек модель ПС, основанную на теории подобия, которая была ранее разработана им совместно с Гарничем [157, 158].

Количественное описание влияния излучения внутренних волн на динамику ПС было впервые дано в [159]. Автор показал, что инерционные колебания, сосредоточенные в океанском перемешанном слое, должны затухать за счет переноса энергии внутренними гравитационными волнами вглубь океана. Он также получил выражение для скорости ослабления инерционных колебаний (см. формулу (4.22) в соответствующей статье). Если предположить, что амплитуда и интегральный масштаб смещений нижней границы ПС пропорциональны его толщине, а также что  $h$  определяется уравнением (4.7), то формула из [159] для скорости затухания потока массы в ПС с точностью до первого члена имеет вид

$$\frac{dM}{dt} = -\varepsilon \bar{N} M, \quad (4.8)$$

где  $\varepsilon$  — положительная константа.

Для получения формулы (4.8) мы также предположили, что  $N_{\text{eff}}$  не сильно отличается от  $N_1$  (частота плавучести в сезонном пикноклине), которая является мерой стратифицированности океана под ПС, и что  $N_{\text{eff}}$  и  $N_1$  могут быть заменены на некоторую среднюю  $\bar{N}$ .

В качестве меры средней частоты плавучести под ПС мы будем рассматривать величину, вычисленную по формуле

$$\bar{N} = \int_{-H}^0 N^2 dz \left[ \int_{-H}^0 N dz \right]^{-1}, \quad (4.9)$$

где  $H$  — локальная глубина океана.

Таким образом, максимальный модуль потока массы  $M_m$ , создаваемого ТЦ, определяется следующим набором параметров:  $u_*$ ,  $f$ ,  $R_m$ ,  $V$  и  $\bar{N}$ .

Применяя метод размерности к полученному набору параметров, можно прийти к следующей функциональной связи безразмерных величин

$$\frac{M_m f}{u_*^2} = \Phi_1 \left( \frac{V}{u_*}, \frac{f R_m}{u_*}, \frac{\bar{N}}{f} \right). \quad (4.10)$$

С одной стороны, подстановка этого выражения в (4.7) приводит нас к зависимости толщины ПС от параметров ТЦ и океана, которую стоит искать в данных. С другой стороны, из дифференциального уравнения для потока массы, как будет показано в пункте 4.1.4, следует, что его безразмерный максимальный модуль зависит не от полученных в (4.10) безразмерных величин, а от их комбинаций

$$\frac{M_m f}{u_*^2} = \Phi \left( \frac{V}{f R_m}, \frac{\bar{N} R_m}{V} \right). \quad (4.11)$$

Безразмерный комплекс  $V/(f R_m)$  является комбинацией первых двух безразмерных параметров в (4.10) и имеет важный физический смысл обратного времени действия ТЦ, нормированного на инерционный период ([11, 160]; далее мы будем называть его просто безразмерной скоростью ТЦ). Комбинация этого комплекса с  $\bar{N}/f$  в  $\Phi_1$  даёт второй безразмерный параметр  $\bar{N} R_m/V$ , который имеет физический смысл отношения времени действия ТЦ к масштабу времени затухания инерционных колебаний под действием излучения внутренних волн (4.8).

Подставляя автомодельное соотношение (4.11) для максимального модуля потока массы в формулу (4.7), получаем более подробную зависимость толщины ПС от внешних параметров

$$\frac{h(f N_{\text{eff}})^{1/2}}{u_*} = (2 \text{Ri}_{\text{cr}})^{1/4} \Phi^{1/2} \left( \frac{V}{f R_m}, \frac{\bar{N} R_m}{V} \right). \quad (4.12)$$

Толщина  $h$ , нормированная на масштаб  $u_*/(f N_{\text{eff}})^{1/2}$ , таким образом, является функцией двух безразмерных параметров, которые в свою очередь возникают как комбинации трёх масштабов времени, определяющих скорость течений в ПС: масштаб времени действия циклона  $R_m/V$ , инерционного пери-

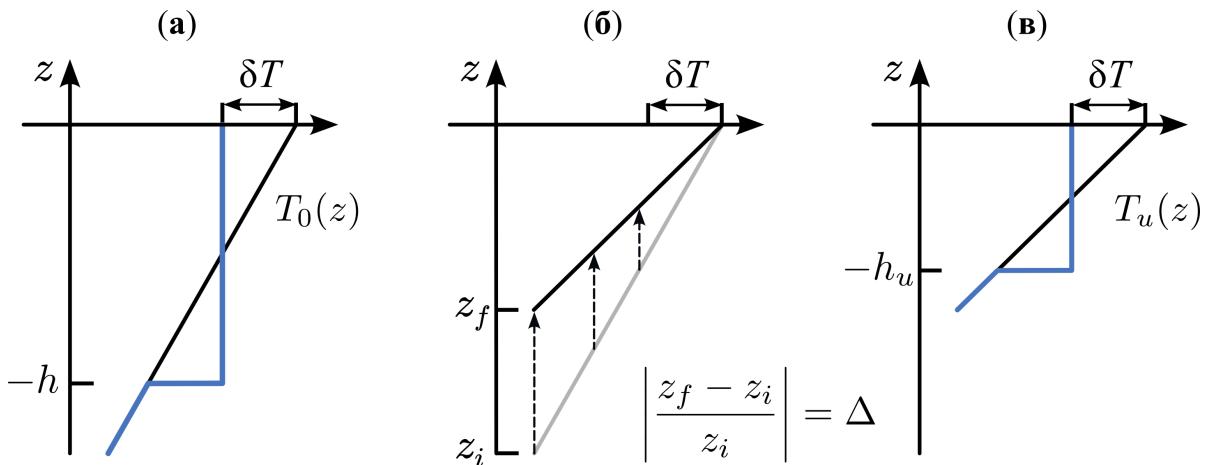
ода  $f^{-1}$  и затухания инерционных колебаний  $\bar{N}^{-1}$ . Укажем здесь ожидаемое асимптотическое поведение функции  $\Phi$  и, соответственно, толщины ПС. Если излучение внутренних волн оказывает слабое влияние на величину потока массы в ПС ( $\bar{N}R_m/V \ll 1$ ), и ТЦ перемещается достаточно быстро ( $V/(fR_m) \gg 1$ ), то функция  $\Phi \propto fR_m/V$ , и толщина  $h \propto u_*(R_m/(N_{\text{eff}}V))^{1/2}$ , что совпадает с формулой [64]. Если ТЦ достаточно меленый ( $V/(fR_m) \ll 1$ , что в пределе, например, эквивалентно постоянному и горизонтально-однородному полю ветра), то функция  $\Phi$  должна быть константой, не зависящей от  $\bar{N}R_m/V$ , и уравнение (4.12) сводится к известному результату  $h \propto u_*/(fN_m)^{1/2}$  [55]. Наконец, если ТЦ достаточно быстр ( $V/(fR_m) \gg 1$ ), и излучение внутренних волн значительно влияет на течение в ПС ( $\bar{N}R_m/V \gg 1$ ), то функция  $\Phi \propto f/\bar{N}$  и  $h \propto u_*/(N_{\text{eff}}\bar{N})^{1/2}$ , что говорит об определяющем влияние стратификации на толщину ПС.

Если следовать нашим представлениям о факторах, влияющих на толщину ПС, сформированного ТЦ, то еще одним эффектом, который необходимо учитывать при интерпретации оценок  $h$ , полученных из аномалий ТПО, является апвеллинг, влияние которого мы сейчас и рассмотрим.

**4.1.3 Влияние апвеллинга на оценку толщины ПС.** ТЦ представляет собой движущуюся область сильной завихренности ветровых напряжений, которая через дивергенцию поверхностных течений вызывает сильный апвеллинг на траектории движения урагана [22, 26]. Апвеллинг, будучи бароклиновой реакцией океана, проявляется в подъеме пикноклина, величина которого является функцией параметров ТЦ и стратификации океана. Проявлением этого подъёма является бароклиновая впадина на поверхности океана (см. пункт 1.3.2).

Деформация вертикального профиля температуры и плотности, связанная с апвеллингом, влияет на значения толщины  $h$ , полученной как решение (3.13) при  $\Delta = 0$ , и на значение  $N_{\text{eff}}$ , которая зависит от  $h$  согласно (4.6). В частности оценка  $h$  в этих условиях оказывается систематически завышенной, как показано на рис. 4.1.

Можно установить связь толщины ПС, полученной по невозмущённым профилям температуры, с «истиной» толщиной  $h_u$ , полученной по возмущенному профилю температуры  $T_u(z)$ . Для простоты рассмотрим апвеллинг, связанный с первой бароклиновой модой. Его можно количественно описать с



Чёрной линией показан профиль температуры до формирования ПС

Рисунок 4.1 — Определение толщины ПС по измеренной аномалии ТПО  $\delta T$  и невозмущенному апвеллингом профилю температуры  $T_0(z)$  (а); «деформация» профиля температуры, связанная с апвеллингом, вызванным ТЦ (б); «истинная» толщина ПС, удовлетворяющая (4.7), определяется через возмущенный апвеллингом профиль температуры  $T_u(z)$  (в)

помощью относительного смещения основного термоклина (или пикноклина)  $\Delta = -\delta z/z_i$ , где  $z_i$  — начальная глубина изотермы, а  $\delta z = z_f - z_i$  — среднее вертикальное смещение изотермы, вызванное ТЦ. Кроме того будем считать, что профиль вертикальной скорости в верхнем слое океана, подверженный турбулентному перемешиванию, линеен по глубине  $z$ . В этом случае величина смещения изотермы, находившейся на глубине  $z$ , равна произведению  $-z\Delta$ , где  $\Delta$  не зависит от  $z$ . Таким образом, профиль температуры, возмущенный апвеллингом  $T_u(z)$ , связан с невозмущенным  $T_0(z)$ , как  $T_u(z) = T_0(z[1 - \Delta])$ . Связь между  $h_u$  и  $h$  имеет следующий вид (подробности вывода этой связи см. в Приложении В)

$$\frac{h_u}{h} = \frac{2\Gamma - \Gamma_{\text{eff}}}{(1 + \Delta)2\Gamma} \left[ 1 + \sqrt{1 + (1 - \Delta^2) \frac{4\Gamma(\Gamma_{\text{eff}} - \Gamma)}{(2\Gamma - \Gamma_{\text{eff}})^2}} \right], \quad (4.13)$$

где  $\Gamma(-h) = dT_0(-h)/dz$ ;

$\Gamma_{\text{eff}}(-h) = -(2/h^2) \int_{-h}^0 z(dT_0/dz)dz$  — градиент температуры, определенный подобно  $N_{\text{eff}}$ .

Если пренебречь  $\Delta^2$  по сравнению с единицей в (4.13), отношение оценок толщин ПС значительно упрощается

$$\frac{h}{h_u} = 1 + \Delta. \quad (4.14)$$

Из этой формулы видно, что  $h_u < h$ , поскольку  $\Delta > 0$ . Толщины  $h$  и  $h_u$  могут значительно отличаться друг от друга, в особенности если ТЦ достаточно медленный. Мы, однако, продолжим работать с  $h$ , поскольку её использование имеет практическое преимущество. Толщиной  $h$  легче пользоваться при оценке охлаждения поверхности океана, вызванного ТЦ, т.к. не возникает необходимости в явной деформации до-штормового (начального) профиля температуры.

При наличии апвеллинга величина частоты плавучести  $N_{\text{eff}}$ , определяемая уравнением (4.6), также меняется: глубина, на которой оценивается  $N_{\text{eff}}$ , равна  $z = -h_u$ , и интеграл в (4.6) нужно брать по возмущенному апвеллингом профилю плотности. Как показано в Приложении В,  $N_{\text{eff}}^2(-h)$ , вычисленная по толщине  $h$  и невозмущенному профилю плотности  $\rho_0(z)$ , связана с  $N_{\text{eff}}^2(-h_u)$ , вычисленной по толщине  $h_u$ , и профилю, возмущенному апвеллингом  $\rho_u(z) = \rho_0(z[1 - \Delta])$ , соотношением

$$N_{\text{eff}}^2(-h_u) = (1 + c_N \Delta) N_{\text{eff}}^2(-h). \quad (4.15)$$

Это выражение верно с точностью до членов пропорциональных  $\Delta^2$ . В (4.15)  $c_N = 3 - 2\Gamma(-h)/\Gamma_{\text{eff}}$ .

Мы предполагаем, что соотношение (4.7), основанное на гипотезе о постоянстве глобального числа Ричардсона, справедливо для параметров океана, возмущенных апвеллингом, т.е. для  $h_u$  и  $N_{\text{eff}}(-h_u)$ . Удобно записать ожидаемый закон (4.7) через рассчитываемые параметры  $h$  и  $N_{\text{eff}}(-h)$ , полученные по невозмущенным вертикальным профилям. Для этого предварительно преобразуем левую часть (4.7)

$$\frac{h_u(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{u_*} = \frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{u_*} \frac{(1 + c_N \Delta)^{1/4}}{1 + \Delta} \approx \frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{u_*} \frac{1}{1 + c_\delta \Delta}. \quad (4.16)$$

Эта формула верна с точностью до членов пропорциональных  $\Delta^2$  в знаменателе. Коэффициент  $c_\delta = 1 - c_N/4$ . Наконец (4.12) можно переписать в виде

$$\frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{u_*} = (2R_{\text{cr}})^{1/4}\Phi^{1/2}\left(\frac{V}{fR_m}, \frac{\bar{N}R_m}{V}\right)[1 + c_\delta\Delta]. \quad (4.17)$$

Это и есть окончательный вид общего автомодельного закона для максимальной толщины ПС, которую способен сформировать ТЦ с данными параметрами. Проверка этого закона будет сделана в подразделе 4.2.

В этой работе мы зададим форму функции  $\Phi$  на основе численного решения дифференциального уравнения для потока массы в автомодельных переменных. Перейдём к построению этой функции.

**4.1.4 Автомодельность потока массы в ПС.** Максимальный модуль потока массы, определяющего толщину ПС в (4.7), можно описать с помощью численного решения соответствующего дифференциального уравнения, в котором вынуждающей силой являются поля ветра в ТЦ. Линейное дифференциальное уравнение для потока массы в ПС на  $f$ -плоскости, учитывающее влияние радиационного трения в форме (4.8) имеет вид

$$\frac{\partial \mathbf{M}}{\partial t} + f\mathbf{k} \times \mathbf{M} = \boldsymbol{\tau} - \varepsilon \bar{N} \mathbf{M}, \quad (4.18)$$

где  $\mathbf{k}$  — единичный вектор, указывающий в вертикальном направлении;

$\boldsymbol{\tau}$  — вектор ветровых напряжений, делённый на плотность морской воды.

Введём безразмерные переменные  $\hat{x} = x/R_m$ ,  $\hat{y} = y/R_m$ ,  $\hat{M}_x = M_x f/u_*^2$ ,  $\hat{M}_y = M_y f/u_*^2$ ,  $\hat{\boldsymbol{\tau}}_x = \boldsymbol{\tau}_x/u_*^2$ ,  $\hat{\boldsymbol{\tau}}_y = \boldsymbol{\tau}_y/u_*^2$ , где  $R_m$  — радиус максимальной скорости ветра,  $u_*$  — скорость трения в воде, рассчитанная для максимальной скорости ветра в ТЦ. Уравнение (4.18) в системе координат ТЦ, движущегося со скоростью  $V$  в отрицательном направлении оси  $x$ , в терминах введённых переменных имеет вид

$$\frac{\partial \hat{M}}{\partial \hat{x}} + (i\hat{V}^{-1} + \hat{D})\hat{M} = \hat{V}^{-1}\hat{\boldsymbol{\tau}}, \quad (4.19)$$

где  $\hat{M} = \hat{M}_x + i\hat{M}_y$ ;

$\hat{\boldsymbol{\tau}} = \hat{\boldsymbol{\tau}}_x + i\hat{\boldsymbol{\tau}}_y$ ;

$\hat{V} = V/(fR_m)$  — безразмерная скорость движения ТЦ, равная величине обратной времени действия ТЦ, деленному на инерционный период;

$\hat{D} = \varepsilon \bar{N} R_m / V$  — безразмерная скорость радиационного затухания потока массы, равная отношению времени действия ТЦ к масштабу времени затухания.

Решение этого уравнения для произвольной зависимости правой части от  $\hat{x}$  и  $\hat{y}$  имеет вид

$$\widehat{M}(\hat{x}, \hat{y}) = \hat{V}^{-1} \int_{-\infty}^{\hat{x}} d\hat{x}' \widehat{\tau}(\hat{x}', \hat{y}) \exp \left[ - (i\hat{V}^{-1} + \hat{D})(\hat{x} - \hat{x}') \right]. \quad (4.20)$$

Для начала рассмотрим простое радиально-симметричное поле ветра из модели SLOSH [161]. Модуль ветра является следующей функцией расстояния от глаза ТЦ

$$\frac{U(r)}{U_m} = \frac{2(r/R_m)}{1 + (r/R_m)^2}, \quad (4.21)$$

где  $r = \sqrt{x^2 + y^2}$ .

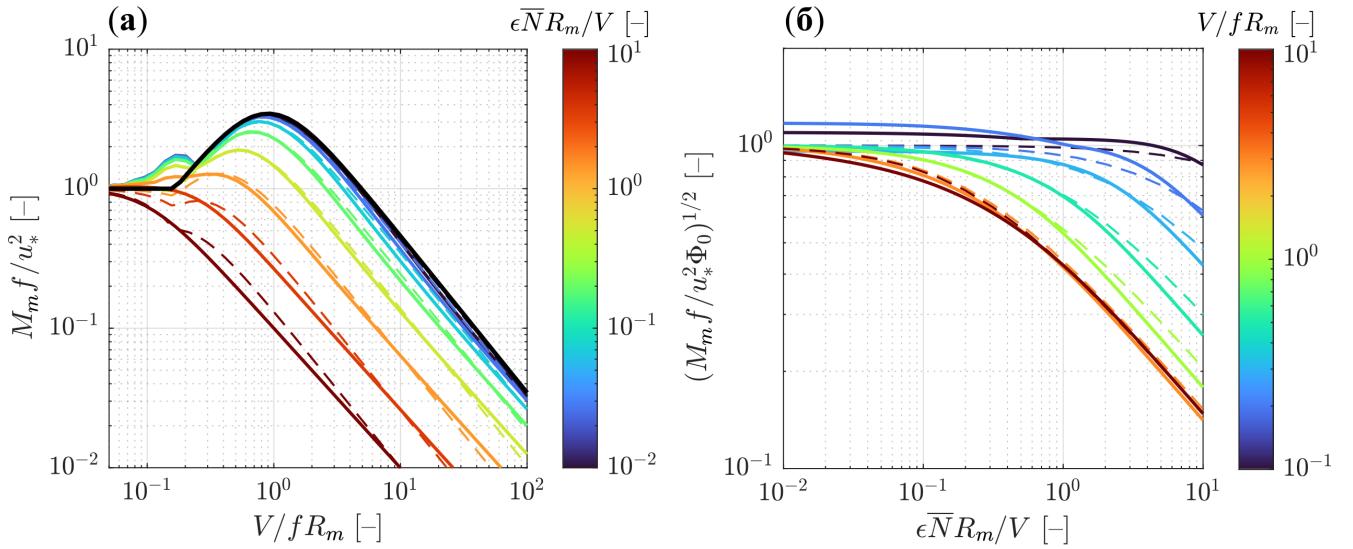
Азимутальную и радиальную компоненты вектора ветра зададим в виде  $U^r(r) = -U(r) \sin \alpha$ ,  $U^\varphi(r) = U(r) \cos \alpha$ , где  $\alpha = \pi/8$  рад — угол вtokа. Минимальная вещественная часть  $\widehat{\tau}$  в (4.20) записывается как  $\widehat{\tau}_x = -(U^r/U_m)^2$ ,  $\widehat{\tau}_y = (U^\varphi/U_m)^2$ .

Задача состоит в том, чтобы построить функцию, аппроксимирующую максимальный модуль решения (4.20)  $\widehat{M}_m = \max |\widehat{M}|$ . Поскольку рассматриваемое поле ветра (и, как следствие, поле ветровых напряжений) в безразмерных переменных является универсальной функцией координат  $\hat{x}$  и  $\hat{y}$ , решение (4.20) зависит от трех параметров  $\widehat{M}(\hat{\mathbf{r}}; \hat{V}, \hat{D})$  ( $\hat{\mathbf{r}} = (\hat{x}, \hat{y})$  — радиус-вектор точки наблюдения). Так как положение точки, где функция  $|\widehat{M}|$  достигает максимума, очевидно, зависит только от  $\hat{V}$  и  $\hat{D}$ ,  $\widehat{M}_m$  является функцией исключительно этих двух параметров

$$\widehat{M}_m = \Phi(\hat{V}, \hat{D}). \quad (4.22)$$

Эта формула обосновывает функциональную зависимость потока массы от  $V/(fR_m)$  и  $\bar{N}R_m/V$ , введённую нами ранее в (4.11). Согласно этой зависимости, в отсутствие радиационного затухания поток массы является функцией

$\widehat{V}$ . Автомодельность скорости течений в ПС по параметру  $\widehat{V}$  была впервые отмечена в работах [11, 160].



Сплошные линии — результат численного интегрирования выражения (4.20), штриховые линии — формула (4.25). Чёрная линия в (а) показывает (4.25) при  $\widehat{D} = 0$

Рисунок 4.2 — Зависимость безразмерного максимального модуля потока массы от безразмерной скорости ТЦ при разных безразмерных скоростях радиационного трения (см. цветовую шкалу) (а); зависимость квадратного корня из безразмерного максимального модуля потока массы, делённого на функцию (4.23), от безразмерной скорости радиационного трения при разных безразмерных скоростях движения ТЦ (см. цветовую шкалу) (б)

В наших расчетах интеграл (4.20) брался численно при разных значениях параметров  $\widehat{V}$  и  $\widehat{D}$  в диапазонах  $\widehat{V} \in [10^{-2}, 10^2]$ ,  $\widehat{D} \in [10^{-2}, 10^1]$ . Решение уравнения для потока массы представляет собой двумерное поле, из которого выбирается максимальный модуль  $M_m$ . Примеры безразмерного  $M_m$  как функции безразмерной скорости движения ТЦ,  $\widehat{V} = V/(fR_m)$ , показаны на рис. 4.2, а. При отсутствии или слабом затухании течений за счёт излучения внутренних волн ( $\widehat{D} \rightarrow 0$ ) функция  $\Phi$  имеет глобальный максимум при  $\widehat{V} \approx 1$ , наличие которого связано с эффектом резонанса между инерционными колебаниями в океане и ветровыми напряжениями в циклоне в соответствующем секторе ТЦ (правом в северном и левом в южном полушариях). При дальнейшем уменьшении  $\widehat{V}$  максимальный модуль потока массы уменьшается (можно заметить наличие локального максимума), асимптотически приближаясь к  $M_m f / u_*^2 = 1$ , что равно половине от известного решения для условий постоянного во времени ветра [55]. При больших  $\widehat{V}$  (ТЦ считается быстрым)

функция  $\Phi$  ведет себя примерно как  $\widehat{V}^{-1}$  [22, 64], при этом её уровень тем меньше, чем сильнее эффект затухания за счет излучения внутренних волн (чем больше  $\widehat{D}$ ).

Другой взгляд на результаты численного интегрирования дает рис. 4.2, б, где показан поток массы  $\widehat{M}_m$ , отнесенный к своему значению при  $\widehat{D} = 0$  (черная линия на 4.2, а). Для быстрых ТЦ ( $\widehat{V} > 1$ ) эффект затухания течений практически не зависит от безразмерной скорости движения ТЦ. При  $\widehat{D} > 0,1$  наблюдается асимптотическое поведение близкое к  $\propto \widehat{D}$ , которое в области  $\widehat{V} > 1$  приводит к выражению для максимального модуля потока массы  $M_m \propto u_*^2/\overline{N}$  (режим, в котором кориолисово ускорение пренебрежимо мало по сравнению с затуханием, вызванным излучением внутренних волн).

В отсутствие радиационного трения функцию  $\Phi$  в (4.22) можно аппроксимировать следующим выражением (чёрная линия на рис. 4.2, а)

$$\Phi_0(\widehat{V}) = \begin{cases} a\varphi(\widehat{V}) \left(\widehat{V}_m/\widehat{V}\right)^n & , \widehat{V} > \widehat{V}_c, \\ 1 & , \widehat{V} \leq \widehat{V}_c, \end{cases} \quad (4.23)$$

где  $a = 6,9$ ;

$n = 9/8$ ;

$\widehat{V}_m = 0,9$  — значение  $\widehat{V}$ , при котором достигается глобальный максимум  $\widehat{M}_m$ ;

$\widehat{V}_c = \widehat{V}_m(a/2 - \sqrt{a^2/4 - 1})^{1/n}$ .

Функцию  $\varphi(\widehat{V})$  мы берём в следующем виде

$$\varphi(\widehat{V}) = \frac{(\widehat{V}/\widehat{V}_m)^{2n}}{1 + (\widehat{V}/\widehat{V}_m)^{2n}}. \quad (4.24)$$

При  $\widehat{V}/\widehat{V}_m \gg 1$  выражение (4.23) имеет асимптотику  $\propto \widehat{V}^{-n}$  с показателем степени  $n = 9/8$ . Может показаться, что отклонение эмпирического показателя степени  $n$  от единицы, которая соответствует теоретической асимптотике быстрых ТЦ  $M_m \propto u_*^2 R_m/V$  [22, 64], противоречит основному свойству автомодельного решения, заключающегося в том, что зависимость от  $f$  должна пропадать при больших  $\widehat{V}$ . Однако, численное интегрирование (4.20) в области  $\widehat{V} > 10^2$  показало, что режим  $\propto \widehat{V}^{-1}$  действительно реализуется только в

области практически недостижимой в реальных условиях. Заметим, что аппроксимация (4.23) не воспроизводит второго локального максимума в окрестности  $\hat{V} \approx 2$  (рис. 4.2, а), присущего в численном решении. Мы полагаем это расхождение несущественным, поскольку лишь незначительная часть экспериментальных данных находится в диапазоне безразмерных скоростей ТЦ  $\hat{V} < 3$  (см. пункт 4.2.1).

Свойства численного решения (4.20), описанные выше, позволяют аппроксимировать функцию  $\Phi$  в (4.11) следующим выражением

$$\Phi(\hat{V}, \hat{D}) = \frac{\Phi_0(\hat{V})}{1 + c\varphi(\hat{V})\hat{D}}, \quad (4.25)$$

где  $c = 4.5$ .

Универсальная функция (4.25) нанесена штриховыми линиями на рис. 4.2, а, б. В целом, соответствие  $\Phi$  численному решению достаточно хорошее, что также подтверждается рис. 4.3, а. Можно, однако, отметить очевидные расхождения при малых  $\hat{D}$  и  $\hat{V}$ . Они связаны с тем, что аппроксимация численного решения функцией (4.25) не воспроизводит второго локального максимума потока массы при  $\hat{V} \approx 2$ , что обсуждалось выше.

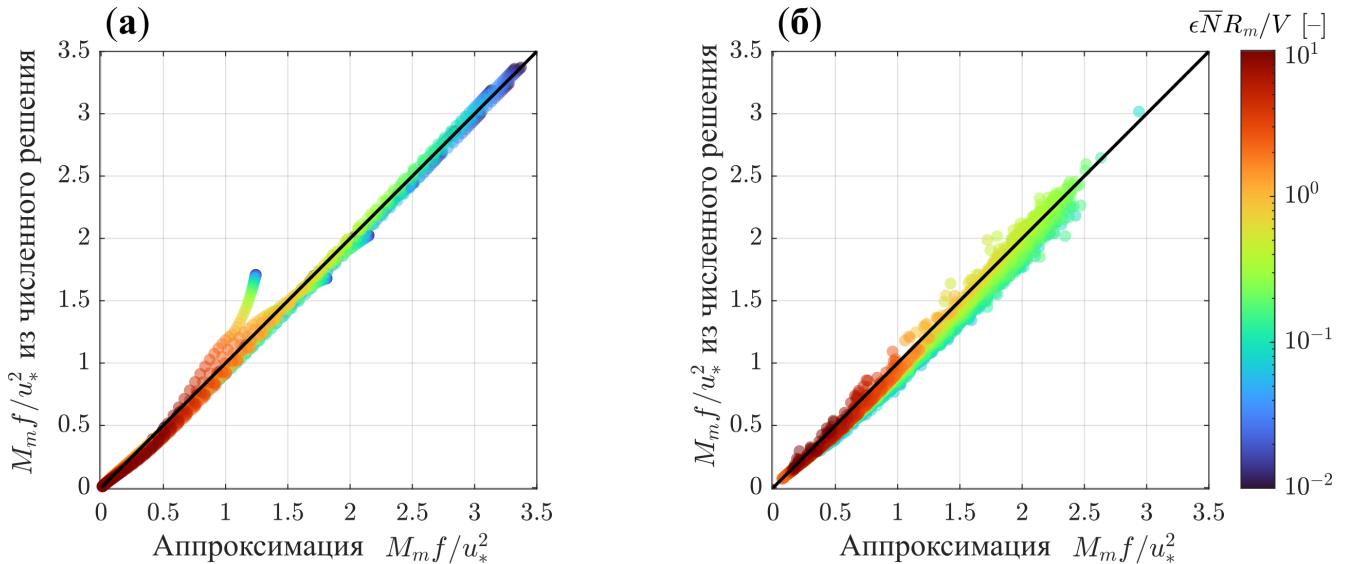


Рисунок 4.3 — Сравнение результатов численного интегрирования выражения (4.20) с аппроксимацией (4.25) в случаях, когда поле ветра в ТЦ задавалось по формуле (4.21) (а) и с помощью модели [65] (б) (см. пункт 1.2.3)

Дополнительно было проведено сравнение полученной аппроксимации автомодельного решения с численным решением уравнения (4.19), полученным

для ТЦ, чьё поле ветра было построено с помощью модели [65] (см. пункт 1.2.3). Для каждого отдельного расчета выбирался реальный ТЦ со своими параметрами  $U_m$ ,  $V$  и  $f$ . Далее модель [65] применялась с заданными параметрами  $C_k/C_d = 1$  и  $\chi = 2$ , которая дает зависимость модуля скорости ветра  $U(r)$  от расстояния до глаза ТЦ и оценку  $R_m$ . Компоненты вектора ветра вычислялись так же, как это было сделано при использовании модели (4.21). Для расчета касательных напряжений трения, отнесенных к плотности воды, использовался коэффициент сопротивления  $C_d = 1,5 \cdot 10^{-3}$  и отношение плотностей  $\rho_a/\rho_w = 1,3 \cdot 10^{-3}$ . В точке нахождения ТЦ частота плавучести  $\bar{N}$  вычислялась по формуле (4.9). Расчет проводился для всех ТЦ из накопленной базы данных (см. пункт 1.2.1) при значениях  $\epsilon = 10^{-3}, 5 \cdot 10^{-3}, 10^{-2}$ . Сравнение результатов численного интегрирования с аппроксимацией (4.11) в безразмерных переменных приведено на рис. 4.3, б, откуда видно, что аппроксимация работает также хорошо с полем ветра [65] как и с (4.21). Это обстоятельство является следствием того, что профиль ветра по модели [65] во внутренней области и на расстояниях, не сильно превышающих  $R_m$ , обладает тем же геометрическим подобием, которое свойственно модели [161] (см. рис. 1.6, в).

Таким образом, мы видим, что функция (4.25) достаточно хорошо аппроксимирует автомодельное решение уравнения (4.19) с полем ветровых напряжений характерных для ТЦ, так что аппроксимацию и истинное решение можно считать практически совпадающими.

## 4.2 Верификация модели толщины ПС

**4.2.1 Автомодельность по скорости ТЦ.** Чтобы рассчитать скорость трения в воде  $u_*$ , которая фигурирует в (4.12), нам необходимо задать коэффициент сопротивления  $C_d$ , связывающий скорость трения с максимальной скоростью ветра в ТЦ:  $u_* = [(\rho_a/\rho_w)C_d]^{1/2}U_m$ . В отличие от условий умеренных ветров, для которых значения  $C_d$  известны достаточно хорошо [92], эмпирические оценки коэффициента сопротивления для ураганных ветров меняются в широких пределах (от  $10^{-3}$  до  $4 \cdot 10^{-3}$ ), демонстрируя сложную зависимость  $C_d$  от скорости ветра и состояния поверхности моря. В первом случае  $C_d$  имеет либо слабую зависимость от скорости ветра, либо монотонно убывающую [59, 91, 162, 163]. Во втором случае при несовпадении направлений ветра и доминантных волн наблюдается уменьшение  $C_d$  [164—166]. Чтобы

минимизировать возможные систематические ошибки, связанные с выбором непростой функциональной зависимости  $C_d$  от скорости ветра, мы полагаем, что при  $U_m > 32 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$   $C_d$  равно константе. Таким образом, заменяя скорость трения в (4.17) на максимальную скорость ветра в ТЦ  $U_m$ , мы получаем следующую форму законов изменения толщины ПС

$$\frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{U_m} = c_h \Phi^{1/2} \left( \frac{V}{fR_m}, \frac{\bar{N}R_m}{V} \right) [1 + c_\delta \Delta], \quad (4.26)$$

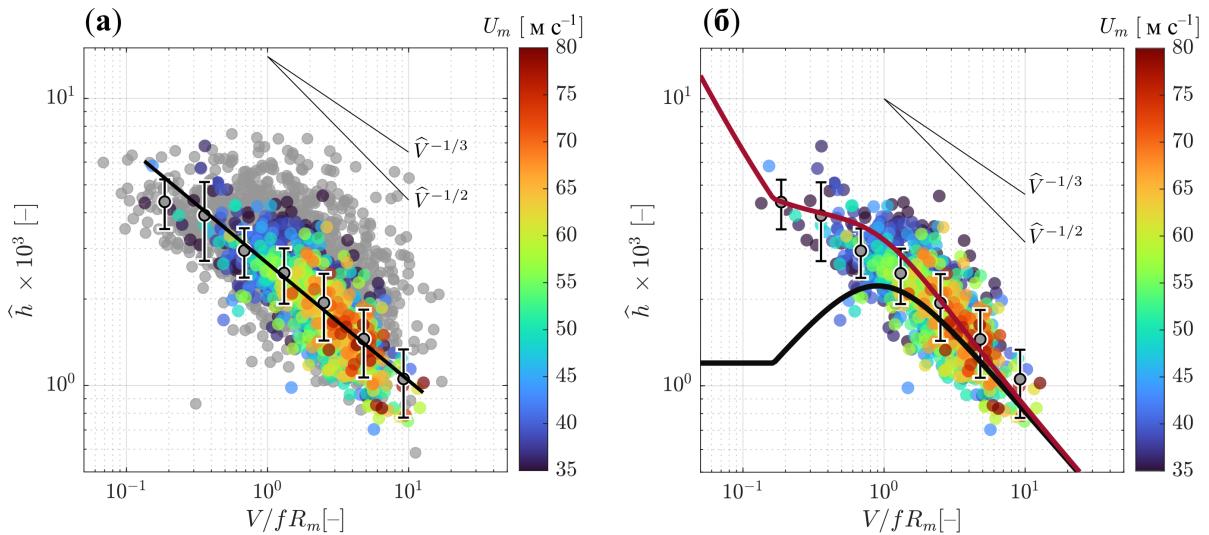
где  $c_h = (2\text{Ri}_{\text{cr}})^{1/4}[(\rho_a/\rho_w)C_d]^{1/2}$ .

Из этой формулы видно, что точное значение коэффициента сопротивления оказывается неважно, т.к.  $C_d$  фигурирует в (4.26) в комбинации с другими константами.

Проверка автомодельности толщины ПС в единицах масштаба  $U_m/(fN_{\text{eff}})^{1/2}$  по безразмерной скорости движения ТЦ (рис. 4.4, а) без какого-либо отбора данных указывает на наличие явной закономерности. Если отобрать точки, соответствующие слабым ТЦ, находящимся на мелководье и недалеко от суши (см. критерии в пункте 3.2.3), автомодельность толщины ПС по параметру  $V/(fR_m)$  становится ещё более явной (рис. 4.4, б).

Из работ [64] и [7] следует степенной характер зависимости безразмерной толщины ПС от безразмерной скорости движения ТЦ. Из выражения для толщины ПС, приведённого в [64], следует, что  $h(fN_{\text{eff}})^{1/2}/U_m \propto (V/(fR_m))^{-1/2}$ . Авторы [7], основывая свои выводы на модели толщины ПС, описанной в [167], получили формулу, согласно которой  $h(fN_{\text{eff}}^2)^{1/3}/U_m \propto (V/(fR_m))^{-1/3}$ , при этом разницу между  $(fN_{\text{eff}})^{1/2}$  и  $(fN_{\text{eff}}^2)^{1/3}$  можно считать несущественной, потому что её практически невозможно определить по экспериментальным данным.

Наблюдаемая по экспериментальным данным зависимость на рис. 4.4, б явно близка к степенной с показателем степени между  $-1/2$ , следующим из [64], и  $-1/3$ , который следует из [7]. С одной стороны, мы получили экспериментальное свидетельство степенного характера автомодельности толщины ПС по безразмерной скорости перемещения ТЦ. С другой стороны, формулы из [64] и [7], вообще говоря, справедливы только для быстрых ураганов, у которых  $V/(fR_m) \gg 1$ . Проверим, какую зависимость толщины ПС от безразмерной скорости ТЦ предполагает построенная в пункте 4.1.4 модель потока массы. Если



Серые кружки с интервалами показывают среднее и стандартное отклонение  $\hat{h}$  в интервалах  $V/(fR_m)$ . Тонкие черные линии показывают степенные законы, следующие из работ других авторов. Толстая чёрная линия в (а) — параметризация (4.27). Толстая чёрная линия в (б) — квадратный корень из функции (4.23). Красная линия иллюстрирует увеличение толщины ПС при учёте влияния апвеллинга в соответствии с формулой (4.31) (см. пункт 4.3.2)

Рисунок 4.4 — Безразмерная толщина ПС  $\hat{h} = h(fN_{\text{eff}})^{1/2}/U_m$  в зависимости от безразмерной скорости перемещения ТЦ без отбора точек в соответствии с критериями из пункта 3.2.3 (а) и с отбором (б)

опустить влияние излучения внутренних волн на течения ( $\hat{D} = 0$ ), ожидаемая форма функции  $\Phi$  в (4.26) даётся выражением (4.23).

Функция  $\Phi_0$ , возведенная в степень  $1/2$  и умноженная на  $c_h = 1,2 \cdot 10^{-3}$ , показана на рис. 4.4, б чёрной линией. При  $V/(fR_m) \gg 1$  она повторяет тенденцию в наблюдениях, однако при меньших  $V/(fR_m)$  расхождения становятся существенными: толщина по наблюдениям оказывается в два-четыре раза больше чем предсказания модели потока массы в ТЦ. Такое расхождение может быть связано только с влиянием эффекта, чья интенсивность усиливается с уменьшением  $V/(fR_m)$ . Таким эффектом, как будет показано ниже, вероятное всего, является апвеллинг. Авторы [151] продемонстрировали своими численными экспериментами, что одномерные модели ПС, пренебрегающие эффектом апвеллинга, упускают из виду важный механизм охлаждения ПС, и показали, что для медленных ТЦ ( $V < 2 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ) эффект апвеллинга более чем удваивает величину охлаждения поверхности по сравнению с охлаждением, вызванным только турбулентным перемешиванием. Количественная оценка влияния апвеллинга на толщину ПС будет дана ниже.

Несмотря на то, что при малых  $V/(fR_m)$  модель потока массы в ПС даёт результаты, противоречащие данным на рис. 4.4, б, последние тем не менее показывают очевидную степенную зависимость, которая может иметь практическое значение для оценки аномалии ТПО. Апроксимация облака точек линейной функцией в логарифмическом масштабе методом наименьших квадратов приводит к следующей параметризации

$$\frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{U_m} = 10^{-3} \cdot (2,67 \pm 0,06) \left( \frac{V}{fR_m} \right)^{-0,41 \pm 0,02}. \quad (4.27)$$

Показатель степени  $-0,41$  находится между  $-1/2$  и  $-1/3$ , которые предполагаются моделями [64] и [7], соответственно.

**4.2.2 Влияние апвеллинга на толщину ПС по спутниковым данным.** Возможное влияние апвеллинга на толщину ПС, рассчитанную по аномалии ТПО, обсуждалось в пункте 4.1.3. Его влияние на толщину ПС описывается последним множителем в правой части (4.26). Для количественной оценки параметра апвеллинга  $\Delta$  мы воспользуемся результатами анализа спутниковых альtimетрических измерений аномалии высоты поверхности моря (ВПО) в следах ТЦ, которые приведены в работах [60, 88].

В подразделе 1.3 мы писали, что аномалия ВПО  $\eta$  может быть параметризована формулой (1.33). Согласно [60], аномалии ВПО приближенно связаны с относительным смещением пикноклина  $\Delta$  соотношением  $\eta = (C^2/g)\Delta$ , где  $C$  — фазовая скорость длинных волн для первой бароклинной моды. Подстановка этой связи в (1.33) позволяет получить полуэмпирическое выражение для  $\Delta$

$$\Delta = c_s \left( \frac{U_m}{C} \right)^2 \frac{N_s R_m}{V}. \quad (4.28)$$

Если, например, взять в качестве оценки параметров ТЦ и стратификации  $U_m = 50 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $C = 3 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ ,  $R_m = 50 \text{ км}$ ,  $V = 5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  и  $N_1 = 10^{-2} \text{ рад} \cdot \text{с}^{-1}$ , то относительное смещение пикноклина, связанное с прохождением ТЦ  $\Delta \approx 0,2$ . Если уменьшить  $V$  до  $2,5 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , то  $\Delta$  увеличивается до  $0,4$ , что может оказать существенное влияние на оценку толщины ПС. Далее, чтобы избежать использования частоты  $N_1$ , для получения которой столб воды необходимо разбивать на три слоя (см. подраздел 1.1), мы выражаем  $N_1$  через легко определяемую

среднюю частоту плавучести (4.9) как  $N_1 = 2,5\bar{N}$ , где коэффициент был найден эмпирически.

Работы [59, 60] показали, что для реалистичного описания наблюдаемых аномалий ВПО, вызванных ТЦ, в уравнении (1.33) необходимо использовать напряжения трения ветра вместо квадрата скорости ветра. Кроме того, ветровые напряжения необходимо рассчитывать с использованием коэффициента сопротивления, который уменьшается с увеличением скорости ветра (в области ураганных ветров). Это обстоятельство находит поддержку в результатах, полученных в [88], где были проанализированы спутниковые измерения аномалий ВПО, сформированных большим количеством ТЦ (около тысячи). Принимая результаты этой работы во внимание, мы модифицируем уравнение (4.28) следующим образом

$$\Delta = 2,5c_* \left( \frac{u_*}{C} \right)^2 \frac{\bar{N}R_m}{V}. \quad (4.29)$$

В этой формуле  $c_* = 6$  (см. рис. 6 в [88]), коэффициент 2,5 перед  $c_*$  обусловлен заменой  $N_1$  на  $\bar{N}$ , а квадрат скорости трения в воде равен  $u_*^2 = (\rho_a/\rho_w)C_dU_m^2$  при  $C_d$ , который определяется уравнением (18) в работе [59]. Из практических соображений фазовая скорость длинных волн для первой бароклинной моды в (4.29) оценивается с использованием ВКБ-приближения (см. параграф 8.12 в [21])

$$C = \frac{1}{\pi} \int_{-H}^0 N(z) dz, \quad (4.30)$$

где  $H$  — локальная глубина океана.

Таким образом, параметр апвеллинга (4.29) вместе с (4.30) можно оценить на основе профиля плотности, рассчитанного по базе данных ISAS20, и параметров ТЦ, доступных из базы данных IBTrACS.

Интенсивность влияния апвеллинга на толщину ПС, как видно из (4.26), контролируется константой  $c_\delta$ . Как показывают наши расчеты, разброс оценок  $c_\delta$  достаточно велик ( $c_\delta$  определяется градиентами температуры; см. пункт 4.1.3), поэтому для дальнейшего анализа мы возьмем среднее геометрическое этих оценок равное  $c_\delta = 0,75$ . Отметим, что это значение совпадает с

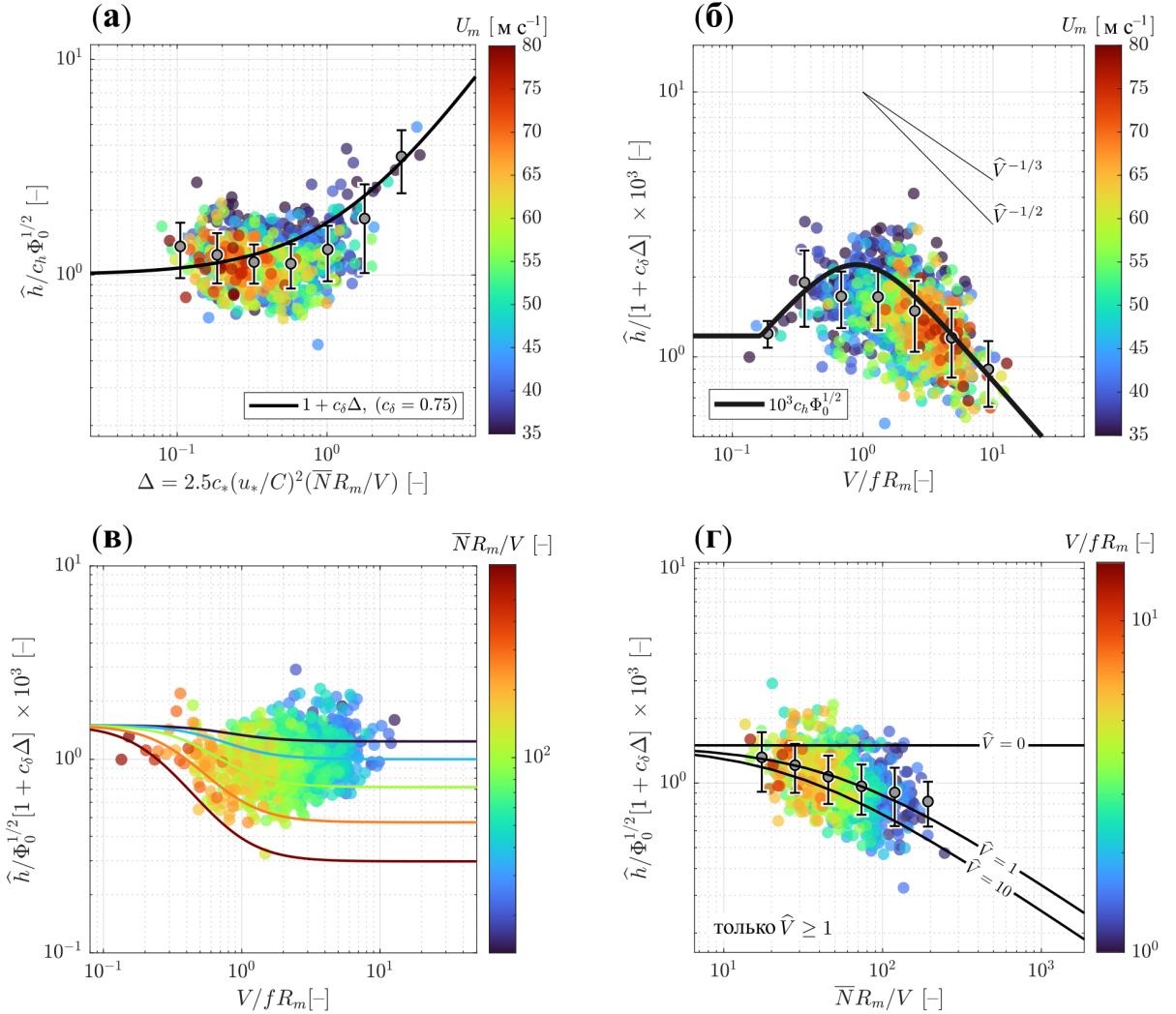
$c_\delta$ , которое справедливо в случае линейных профилей температуры, т.е. когда  $\Gamma_{\text{eff}}(-h)$  совпадает с  $\Gamma(-h)$ .

Чтобы убедиться в причастности эффекта апвеллинга к отклонению толщины ПС на рис. 4.4, б, от ожидаемой зависимости, которая даётся квадратным конем из функции (4.23), мы делим безразмерную толщину в этом рисунке на  $c_h \Phi_0^{1/2}$ , и смотрим на результат как функцию параметра апвеллинга (4.29). Из рис. 4.5, а видно, что результат имеет тенденцию увеличиваться с  $\Delta$ , и это согласуется с общим поведением, которое предполагает множитель  $(1 + c_\delta \Delta)$  в выражении (4.26), показанный на рисунке чёрной линией.

Если теперь поделить толщину на рис. 4.4, б на  $(1 + c_\delta \Delta)$  (что имеет смысл исключения влияния апвеллинга из толщины ПС, восстановленной из аномалии ТПО), то мы получим экспериментальную версию функции  $\Phi_0^{1/2}$ , заданной уравнением (4.23). Результат деления показан на рис. 4.5, б, из которого видно, что эффект апвеллинга значительно подавляет наблюдаемую толщину ПС при малых  $V/(fR_m)$ , и данные действительно приближаются к зависимости  $\propto \Phi_0^{1/2}$ , которая является следствием построенной модели потока массы.

Таким образом, путём исключения предполагаемой зависимости наблюдаемой  $h$  от  $\Delta$  мы убедились в том, что в оценках толщины ПС присутствует заметное влияние апвеллинга. В частности апвеллинга к монотонному росту  $h$  при уменьшении  $V/(fR_m)$ , можно также убедиться путём добавления влияния апвеллинга в предполагаемую зависимость  $h$  от безразмерной скорости ТЦ. Для этого заметим, что параметр апвеллинга (4.29) зависит не только от  $fR_m/V$ , но и от других параметров:  $\Delta = 2,5c_*(fR_m/V)P$ , где  $P = (u_*/C)^2 \bar{N}/f$ . В качестве первого приближения мы можем упростить влияние других параметров на  $\Delta$ , заменив  $P$  на среднее значение, вычисленное по всем данным, и построить ожидаемое поведение безразмерной толщины ПС при использовании такого упрощённого параметра апвеллинга. Функция  $\hat{h} = c_h \Phi_0^{1/2}(1 + c_\delta \Delta)$  нанесена на рис. 4.4, б красной линией, которая хорошо воспроизводит возрастание толщины при уменьшении  $V/(fR_m)$ .

**4.2.3 Влияние радиационного трения и оценка констант.** Как было сказано в пункте 4.1.2, внутренние волны, излучаемые из ПС, приводят к потерям энергии и импульса в этом слое и, следовательно, ослабляют поток массы. Поскольку он определяет толщину ПС согласно уравнению (4.7), излучаемые внутренние волны влияют на турбулентное перемешивание в верхних



Серые кружки с интервалами показывают среднее и стандартное отклонение переменной по оси ординат в интервалах переменной по оси абсцисс. Цвет кружков в (а, б) — максимальная скорость ветра в ТЦ и в (в, г) — величина пропорциональная безразмерной скорости радиационного трения и безразмерная скорость движения ТЦ, соответственно.

Линии в (в, г) показывают расчёты по формуле (4.31)

Рисунок 4.5 — Зависимость безразмерной толщины ПС  $\hat{h} = h(fN_{\text{eff}})^{1/2}/U_m$  от параметра апвеллинга после исключения влияния параметра  $V/(fR_m)$  с помощью выражения (4.23) (а); зависимость  $\hat{h}$  от безразмерной скорости движения ТЦ после исключения влияния апвеллинга (б); остаточная зависимость  $\hat{h}$  от безразмерной скорости движения ТЦ после исключения влияния параметра  $V/(fR_m)$  с помощью выражения (4.23) и апвеллинга (в); остаточная зависимость  $\hat{h}$  от безразмерной скорости радиационного трения после исключения влияния параметра  $V/(fR_m)$  с помощью выражения (4.23) и апвеллинга (г)

слоях океана и, таким образом, на охлаждение поверхности. Можно ожидать, что в толщине ПС, рассчитанной по аномалии ТПО, присутствует влияние данного эффекта.

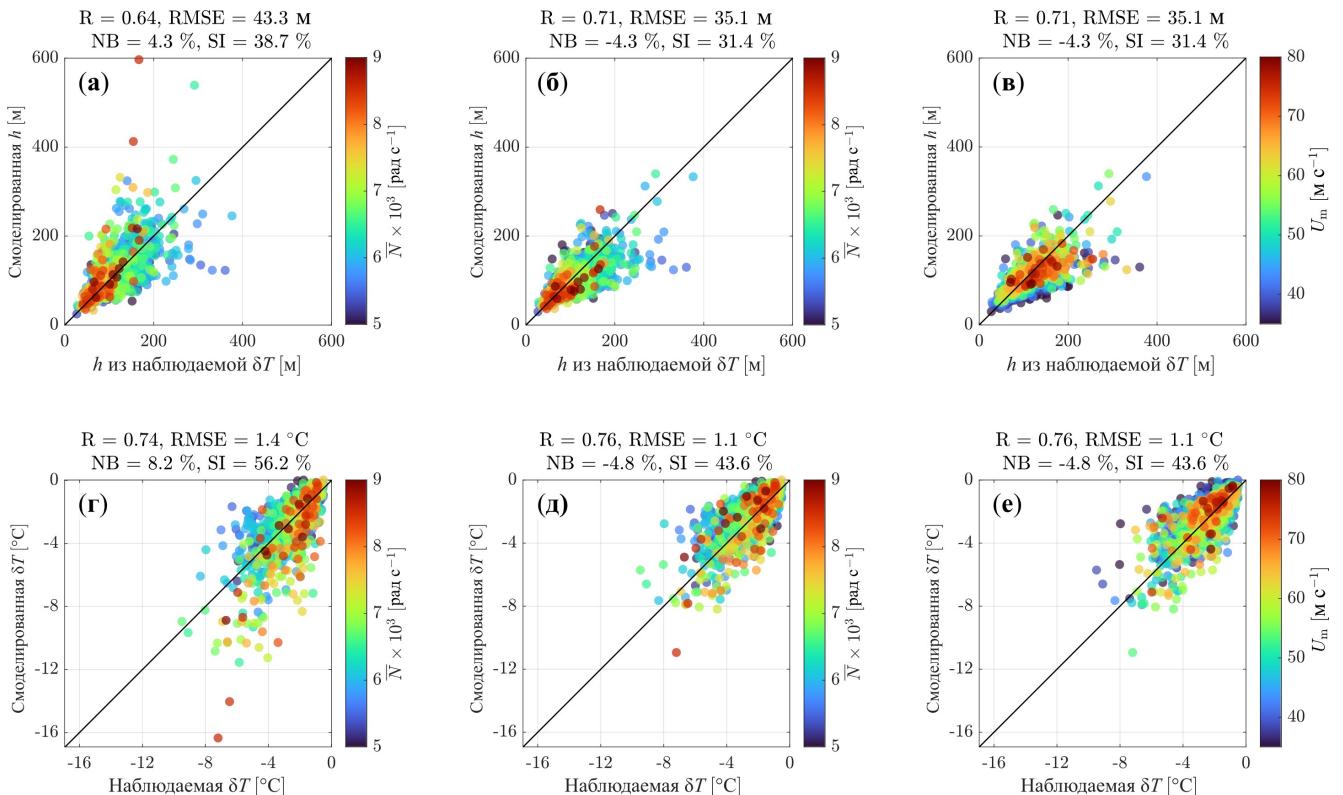
Чтобы выделить влияние радиационного трения, мы исключаем найденные зависимости, описывающие влияние конечного времени действия ветра и апвеллинга. Для этого поделим  $h(fN_{\text{eff}})^{1/2}/U_m$  на  $\Phi_0^{1/2}$  и  $(1+c_\delta\Delta)$ . На рис. 4.5, в показан результат деления как функция безразмерной скорости движения ТЦ, а на рис. 4.5, г — как функция параметра  $\bar{N}R_m/V$ . Разброс переменной по оси ординат при фиксированном  $V/(fR_m)$  на рис. 4.5, в можно рассматривать как проявление эффекта излучения внутренних волн. Нормированная толщина ПС на рис. 4.5, г показывает заметную тенденцию уменьшения толщины с увеличением параметра  $\bar{N}R_m/V$ , для описания которой мы воспользуемся моделью потока массы, построенной в пункте 4.1.4. Подстановка (4.11) в (4.26) даёт выражение

$$\frac{h(fN_{\text{eff}})^{1/2}}{U_m} = c_h(1 + c_\delta\Delta) \left[ \frac{\Phi_0(\hat{V})}{1 + c\varepsilon\varphi(\hat{V})(\bar{N}R_m/V)} \right]^{1/2}. \quad (4.31)$$

Формула (4.31) представляет собой окончательное выражение, которое описывает зависимость толщины ПС от внешних параметров. Постоянные  $c_h$  и  $\varepsilon$  можно оценить на основе данных, показанных на рис. 4.5, в и г.

Для начала рассмотрим вариант констант, в котором влияние излучения внутренних волн на толщину ПС игнорируется. В этом случае  $\varepsilon$  в (4.31) полагается равной нулю, а постоянная  $c_h$  находится как среднее значение данных, например, показанных на рис. 4.5, в. Оценка константы  $c_h$  равна  $10^{-3}$ . Диаграмма рассеяния, в которой сравнивается расчёт толщины ПС по модели (4.31) при  $\varepsilon = 0$  и  $c_h = 10^{-3}$  с толщиной ПС, восстановленной из аномалии ТПО, показана на рис. 4.6, а.

Теперь рассмотрим полный вариант констант с учетом влияния излучения внутренних волн. Как отмечалось выше, визуально обнаруживаемая тенденция уменьшения нормированной толщины ПС с увеличением параметра  $\bar{N}R_m/V$  (см. рис. 4.5, г) может быть объяснена влиянием затухания полного потока под действием излучения внутренних волн, и из этой тенденции можно определить обе константы  $\varepsilon$  и  $c_h$ . Чтобы это сделать, мы рассматриваем только случаи  $V/(fR_m) > 1$  и аппроксимируем облако на рис. 4.5, г



Цвет точек в (а, б, г, д) — средняя частота плавучести, вычисленная по формуле (4.9), и в (в, е) — максимальная скорость ветра в ТЦ. В заглавии рисунков указаны статистические метрики, среди которых: коэффициент корреляции ( $R$ ), корень из среднеквадратичной ошибки (RMSE), нормированное смещение (NB) и индекс рассеяния (SI). NB рассчитывалось как среднее величины  $(f_m - f_o)/f_o$ , где  $f_m$  — модельное и  $f_o$  наблюдаемое значение. SI рассчитывался как  $\text{RMSE}/\bar{f}_o$ , где  $\bar{f}_o$  — среднее значение наблюдений

Рисунок 4.6 — Сравнение толщины ПС и аномалии ТПО, рассчитанных по формулам (4.31) и (3.13), с данными измерений спутниковых радиометров в случае, когда влияние радиационного трения на поток массы в ПС не учитывается (а, г) и учитывается (б, в, д, е)

функцией  $c_h[1 + c\varepsilon(\bar{N}R_m/V)]^{-1/2}$ . Две неизвестные константы  $\varepsilon$  и  $c_h$  были определены нелинейным методом наименьших квадратов (функция *fsolve* в Matlab):  $c_h = 1,5 \cdot 10^{-3}$  и  $\varepsilon = 7,6 \cdot 10^{-3}$ . Полученное значение  $c_h$  предполагает, что  $R_{icr} = 0,85$  при, например,  $C_d = 1,5 \cdot 10^{-3}$ .

Сопоставление модели (4.31) с использованием этих констант и толщины ПС, рассчитанной по аномалии ТПО, показано на рис. 4.6, б. Сравнивая диаграммы рассеяния на рис. 4.6, а и рис. 4.6, б, можно сделать вывод, что учёт эффекта радиационного затухания потока массы заметно улучшает согласованность модели толщины ПС с наблюдениями. В частности, коэффициент корреляции увеличивается, а среднеквадратичное отклонение и индекс рассеяния уменьшаются. Результаты ясно показывают, что точки, в которых толщина

ПС сильно переоценивается, смещаются вниз при включении радиационного затухания потока массы. Раскраска данных в соответствии со стратификацией на рис. 4.6, б говорит о том, что случаи переоценки в основном находятся в районах с большими градиентами плотности (к таким районам в основном относится восточная часть Тихого океана, см. рис. 1.4, д).

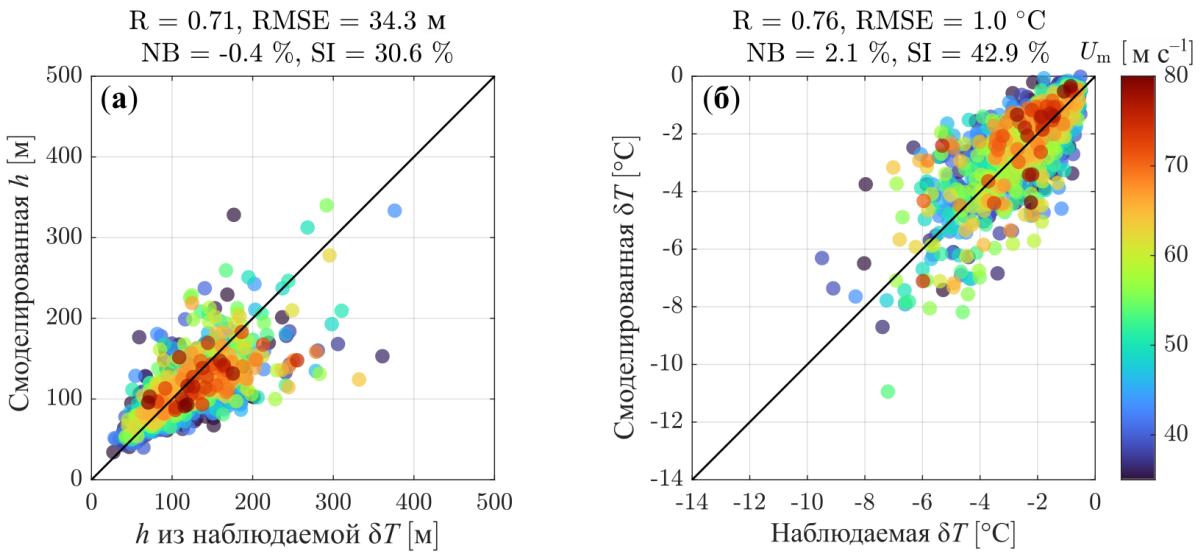
Примечательно, что толщина ПС, рассчитанная по спутниковой аномалии ТПО, охватывает очень широкий диапазон значений от 30 м до почти 400 м. Экстремальные толщины (200 м и более) связаны с ТЦ различной интенсивности. Наиболее сильные ТЦ с  $U_m > 70 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$  (ТЦ 5-й категории по шкале Саффира-Симпсона) обычно формируют ПС с толщинами в диапазоне 100-200 м, тогда как ТЦ 1-й категории способны генерировать ПС с толщинами от 30 м до 200 м.

Наконец, если внимательнее посмотреть на рис. 4.6, в, то можно обнаружить, что синие точки, соответствующие слабым ТЦ, смещены относительно точек с более высокими скоростями ветра. Вероятной причиной этого смещения может быть зависимость коэффициента сопротивления от скорости ветра (напомним, что во всех расчетах мы полагали константы, из которых состоит  $c_h$ , постоянными). Для проверки этого предположения зададим коэффициент сопротивления в форме (2.4)

Чтобы проверить влияние изменённого коэффициента сопротивления на ТЦ с относительно малыми скоростями ветра (циклоны первой и второй категории), мы ограничим  $C_d$ , рассчитанный по формуле (2.4), снизу величиной  $1,5 \cdot 10^{-3}$  при больших ветрах (пример такого  $C_d$  показан на рис. 1.8, б чёрной линией). Результаты расчетов с модифицированным  $C_d$ , влияние которого учитывается в коэффициенте  $c_h$  в (4.31), показаны на рис. 4.7, а. Сравнивая этот рисунок с рис. 4.6, в, мы видим, что несмотря на незначительное формальное улучшение модельных значений (о чём говорит уменьшение метрик RMSE, NB и SI), введение этой модификации не оказывает существенного влияния на результаты.

### 4.3 Применение модели толщины ПС для расчёта аномалии ТПО

**4.3.1 Валидация модели толщины ПС на спутниковых данных о ТПО.** Формулу (4.31) для максимальной толщины ПС вместе с формулой (3.13) можно рассматривать в качестве одномерной модели ПС, пригодной для оценки минимальной аномалии ТПО, вызванной прохождением ТЦ. Чтобы



Цвет точек — максимальная скорость ветра в ТЦ. Статистические метрики в заглавии рисунков такие же как и на рис. 4.6

Рисунок 4.7 — Сравнение толщины ПС (а) и аномалии ТПО (б), рассчитанных по формулам (4.31) и (3.13), с данными измерений спутниковых радиометров при задании коэффициента сопротивления по формуле (2.4) с нижним пределом  $1.5 \cdot 10^{-3}$  при сильных ветрах

воспользоваться этой моделью, толщину ПС необходимо найти как численное решение уравнения (4.31). Это уравнение является трансцендентным относительно  $h$ , потому что согласно (4.6)  $N_{\text{eff}}$  зависит от  $h$ , которая заранее неизвестна. Чтобы найти  $h$  из (4.31), необходимо указать значения параметров ТЦ  $U_m$ ,  $R_m$ ,  $V$  и  $f$  и профиль частоты плавучести  $N(z)$  до прохождения циклона. Параметр апвеллинга  $\Delta$  оценивается по формуле (4.29), в которой  $u_*$  вычисляется по  $U_m$  и коэффициенту сопротивления (2.4), фазовая скорость длинных волн для первой бароклиновой моды и  $\bar{N}$  определяются по фоновому профилю  $N(z)$  с помощью формул (4.30) и (4.9), соответственно. Безразмерные функции в (4.31) вычисляются по формулам (4.23) и (4.24). Наконец, чтобы рассчитать аномалию ТПО, необходимо осреднить до-штормовой (начальный) профиль температуры  $T_0(z)$  в слое толщиной  $h$  и найти искомую разницу температуры на поверхности. В качестве альтернативы (4.31), для оценки толщины ПС можно воспользоваться параметризацией (4.27) (тоже трансцендентное уравнение), которая требует указания меньшего количества параметров. В этом пункте мы применим построенную модель ПС к случаям ТЦ Jimena и Teddy, рассмотренным в пункте 3.3.1, а затем применим её и

параметризацию (4.27) для предсказания величины охлаждения поверхности океана для всех ТЦ в нашей базе данных.

Одномерная толщина ПС и соответствующая аномалия ТПО, предсказанная для ТЦ Jimena, показаны на рис. 3.7, в, г. Модель воспроизводит два последовательных события охлаждения 29 августа и в период с 2 по 3 сентября. Первое событие переоценивается на 0,5 °C. Второе событие значительного охлаждения согласно построенной модели толщины ПС получается не таким резким, как наблюдаемое. Это связано с величиной предсказанной толщины ПС, которая запаздывает относительно рассчитанной по аномалии ТПО. Согласно (4.31) первое похолодание было вызвано интенсификацией ТЦ, произошедшей за короткий период времени. Ослабление аномалии ТПО в течение следующих двух дней произошло в результате сочетания более высокой безразмерной скорости ТЦ (вызванной ростом скорости перемещения ТЦ, рис. 3.7, д) и более слабым градиентом температуры в океане (рис. 3.7, г). Второе похолодание объясняется уменьшением безразмерной скорости перемещения ТЦ с 7 до 1 и увеличением параметра апвеллинга (рис. 3.7, е). С 4 сентября и до конца существования ТЦ Jimena безразмерная скорость и вертикальная стратификация оставались почти неизменными, так что именно уменьшение скорости ветра и параметра апвеллинга привело к уменьшению толщины ПС и ослаблению аномалии ТПО.

Применение нашей модели толщины ПС к случаю ТЦ Teddy показано на рис. 3.8, в, г. Смоделированная толщина ПС постепенно увеличивается от момента формирования циклона до 18 сентября, что во многом обусловлено увеличением скорости ветра в ТЦ. В пункте 3.3.1 мы отмечали, что уменьшение аномалии ТПО в течение следующих двух дней (с 19 по 20 сентября) было вызвано обострением термоклина, которое сопровождалось относительно постоянным значением толщины ПС. Построенная модель хорошо воспроизводит постоянство толщины ПС, которое, по-видимому, было достигнуто благодаря сочетанию противоположных по направленности действия факторов: понижением скорости ветра в ТЦ и усилением плотностной стратификации (приводящим к уменьшению толщины ПС), а также уменьшением безразмерной скорости ТЦ и увеличением параметра апвеллинга (приводящим к увеличению толщины ПС). Предсказанное похолодание 22 сентября на 2 °C слабее наблюдавшегося. Причина может заключаться в том, что наблюдавшаяся аномалия ТПО могла быть вызвана

процессом, отличным от прохождения ТЦ (например, прохождением синоптических вихрей с холодным ядром).

Теперь рассмотрим качество моделирования аномалии ТПО для всех ТЦ. Сначала проверим насколько хорошо моделируется аномалия с помощью формулы (4.31) в случае, когда эффект излучения внутренних волн не рассматривается (в (4.31)  $\epsilon = 0$  и  $c_h = 10^{-3}$ ). Рис. 4.6, г показывает, что в диапазоне от минус 4 до 0 °C распределение точек примерно симметрично относительно линии 1-к-1. Модельная аномалия ТПО ниже минус 4 °C имеет тенденцию переоценивать наблюдения, причём завышение становится существенным для  $\delta T$  ниже минус 4 °C.

Аномалия ТПО, рассчитанная с помощью построенной модели толщины ПС, учитывающей эффект излучения внутренних волн ( $\epsilon \neq 0$ ) сравнивается с наблюдениями на рис. 4.6, д. В этом случае диаграмма рассеяния аномалий ТПО значительно лучше, чем на рис. 4.6, г. В частности, разброс данных относительно линии 1-к-1 теперь примерно симметричен. Значительная переоценка интенсивных аномалий, которая была видна на рис. 4.6, д, исчезает и все статистические метрики улучшаются. Раскраска точек по  $\bar{N}$  говорит, что улучшение произошло в основном в случаях с относительно высокими градиентами плотности, где влияние механизма радиационного затухания на поток массы наибольшее. Таким образом, мы получаем подтверждение целесообразности учёта этого механизма при моделировании аномалии ТПО.

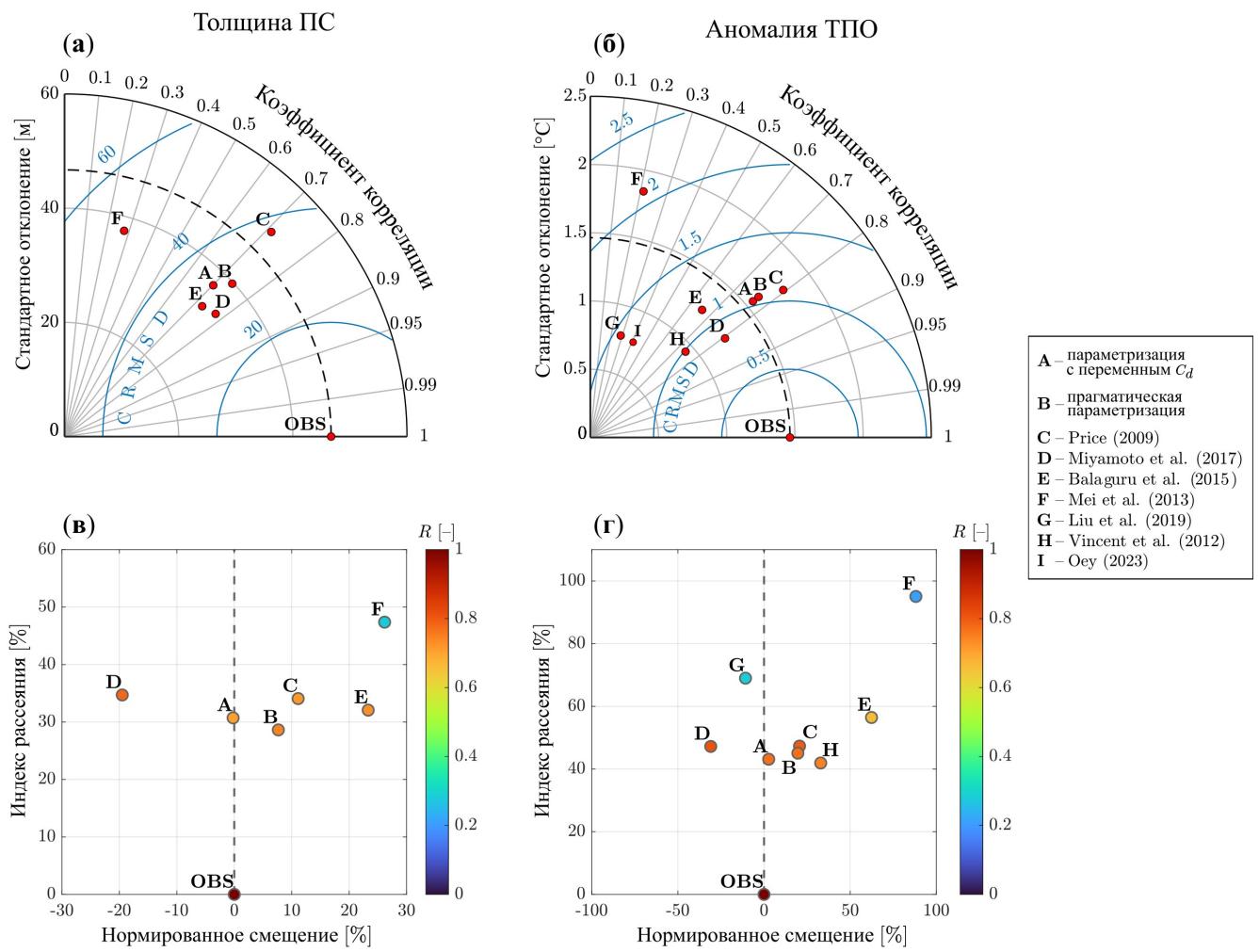
Наконец, использование переменного коэффициента сопротивления (2.4), ограниченного значением  $1,5 \cdot 10^{-3}$  снизу при ураганных ветрах, в формуле (4.31) приводит к незначительному улучшению модельных аномалий ТПО, показанных на рис. 4.7, б. Сравнивая его с рис. 4.6, е, мы можем заключить, что, как и в расчетах толщины ПС, введение модифицированной зависимости коэффициента сопротивления от скорости ветра не оказывает существенного влияния на аномалии ТПО, рассчитанные по уравнению (3.13).

### 4.3.2 Сравнение модели толщины ПС и аномалии ТПО с моделями из других работ.

Чтобы дополнительно проверить качество построенной модели толщины ПС (4.31), мы сравним её предсказания с результатами применения параметризаций и моделей толщины ПС и аномалии ТПО, взятых из других работ. Обзор этих работ, а также способ применения предложенных в них формул можно найти в [90].

Сравнение толщины ПС и аномалии ТПО, предсказываемых разными моделями, иллюстрируется рис. 4.8. На этом рисунке используется следующая буквенная маркировка моделей: А — формула (4.31); В — параметризация (4.27); С — [64]; D — [9]; Е — [7]; F — [47]; G — [58]; H — [62]; I — [61]. Сравнение толщины (рис. 4.8, а) показывает, что  $h$ , предсказанная моделью F, плохо воспроизводит толщину ПС, рассчитанную по наблюдаемой спутниками аномалии ТПО (далее для краткости будем называть такую  $h$  наблюдаемой), что неудивительно, поскольку модель авторов представляет собой модифицированную версию толщины ПС [55], не учитывающую эффект конечного времени действия ТЦ, который очень важен в случае перемещающегося ТЦ (см. рис. 4.4, б). Модель А, предложенная в нашей работе вместе с моделями Е и D образуют группу с заниженным стандартным отклонением на диаграмме Тейлора. Модель D имеет самый высокий коэффициент корреляции с наблюдениями и наименьшую центрированную среднеквадратичную ошибку (CRMSD) по сравнению со всеми рассматриваемыми моделями. Модель С оказывается наиболее близкой по стандартному отклонению к наблюдаемой толщине ПС. Параметризация В работает немного лучше, чем полная модель толщины А с точки зрения всех статистических метрик. В терминах нормированного смещения (рис. 4.8, в) параметризация В, полная модель толщины ПС А, а также модели Е и D сильно отличаются друг от друга. Модель D имеет тенденцию недооценивать толщину примерно на 20 %, тогда как Е переоценивает ее более чем на 20 %. Обе эти модели имеют индексы рассеяния в диапазоне от 30 до 35 %. Параметризация В, а также модель С переоценивают толщину примерно на 10 %. Полная модель А имеет почти нулевое смещение и индекс рассеяния около 30 %. Интересно, что именно параметризация В имеет наименьший разброс (в терминах индекса рассеяния) среди всех моделей толщины ПС.

Качество моделирования аномалии ТПО различными моделями показано на рис. 4.8, б. Для расчета аномалии ТПО по моделям, предсказывающим толщину ПС, использовалось уравнение (3.13). Ошибки в толщине ПС, характерные для модели F, приводят к значительным ошибкам в воспроизведении аномалий ТПО. Модели G и I, которые отсутствовали на рис. 4.8, а, т.к. они предсказывают непосредственно аномалию ТПО, дают результаты с плохими статистическими показателями. Параметризация Н, чьи регрессионные коэффициенты были нами оценены, работает относительно хорошо, имея корреляцию 0,74 и величину CRMSD 1 °C, хотя и заметно занижает стандартное



В (а, б) CRMSD — корень из центрированного среднеквадратичного отклонения, и красный кружок — наблюдения («наблюдаемая» толщина ПС рассчитана по наблюдаемой аномалии ТПО). Цвет в (в, г) — коэффициент корреляции модели с наблюдениями. Буквенная маркировка моделей дана во вставке справа. Для расчета аномалии ТПО по моделям толщины (все модели, кроме G, H и I), использовалось уравнение (3.13)

Рисунок 4.8 — Сравнение различных моделей толщины ПС (а, в) и аномалии ТПО (б, г)

отклонение наблюдений. Модель толщины Е дает аномалию ТПО, имеющую меньшую корреляцию, но лучшее стандартное отклонение. Полная модель толщины ПС А и параметризация В работают почти одинаково, хорошо воспроизводя стандартное отклонение наблюдаемой аномалии ТПО с корреляцией 0,76. Модель С имеет аналогичную корреляцию, но она немного переоценивает наблюдаемую дисперсию аномалии ТПО. Модель D показывает самую высокую корреляцию (чуть более 0,8) и самую низкую CRMSD, несмотря на недооценку дисперсии аномалий ТПО.

Рис. 4.8, г дает немного иное представление о качестве работы моделей по воспроизведению аномалий ТПО. Модели Е и F переоценивают охлаждение

более чем на 50 %. Параметризации G и I имеют довольно большой индекс рассеяния (от 58 до 68 %). Несмотря на то, что модель D казалась лучшей на рис. 4.8, б, из рис. 4.8, г видно, что она заметно занижает аномалию ТПО (примерно на 30 %). Наша параметризация В и модель С показывают почти одинаковый результат с точки зрения нормированного смещения (около 25 %) и индекса рассеяния (около 46 %). Аномалия ТПО, рассчитанная с помощью полной модели толщины A, имеет почти нулевое смещение, а индекс рассеяния чуть больше того, который имеет модель H (примерно 42 %). Модель H, однако, более чем на 30 % завышает аномалию ТПО.

В целом параметризации и модели толщины ПС, основанные на условии постоянства глобального числа Ричардсона (A, B, C и D), обеспечивают лучшее согласие с наблюдениями по сравнению с другими моделями. Отметим, что результаты применения параметризаций аномалий ТПО [60, 63], которые были описаны в начале этого пункта, не показаны на рис. 4.8, б и г, поскольку соответствующие им маркеры лежат далеко за пределами координатных осей.

Интересно, что модели, предложенные в [64] и [9] и справедливые для быстрых ТЦ ( $V/(fR_m) > 1$ ), демонстрируют достаточно хорошую согласованность с данными во всем диапазоне значений параметра  $V/(fR_m)$ , который включает значительное количество случаев с  $V/(fR_m) < 1$  (см., например, рис. 4.4, б). В пункте 4.1.4 мы писали, что в области малых значений  $V/(fR_m) < 1$  на поток массы в ПС существенно влияет сила Кориолиса, что приводит к насыщению скорости течений около  $V/(fR_m) = 1$  и их последующему ослаблению при дальнейшем уменьшении безразмерной скорости движения ТЦ (см. рис. 4.2). Продолжение увеличения толщины ПС, которая согласно (4.12) пропорциональна модулю потока массы, при падении безразмерной скорости перемещения ниже  $V/(fR_m) = 1$  невозможно с физической точки зрения, как показано на рис. 4.5, б. Наблюдаемая тенденция толщины ПС, полученной из аномалии ТПО с использованием уравнения (3.13), увеличиваться по мере уменьшения  $V/(fR_m)$  (рис. 4.4, б), является проявлением влияния апвеллинга: восстановливаемая толщина ПС больше, чем «истинная» (см. рис. 4.1), так как для ее получения использовался невозмущенный апвеллингом профиль температуры. Связь этой толщины ПС, полученной из измеренной аномалии ТПО, с истинной толщиной ПС даётся параметром апвеллинга (4.29), который учитывается в модели (4.31). То обстоятельство, что апвеллинг «приподнимает» рассчитанную по аномалии ТПО толщину ПС до уровня параметризации (4.27) в области

$V/(fR_m) < 1$  или, что то же самое, до уровня моделей [9, 64], которые экстраполируются нами в область малых  $V/(fR_m) < 1$ , можно считать совпадением. Красная линия на рис. 4.4, б иллюстрирует, каким образом апвеллинг приводит к кажущемуся увеличению толщины ПС. Красная линия показывает зависимость  $\hat{h} = c_h \Phi_0^{1/2} (1 + c_\delta \Delta)$ , где параметр апвеллинга  $\Delta$  рассчитан как  $\Delta = 2,5c_*(fR_m/V)\bar{P}$ , где  $\bar{P}$  равно среднему значению  $(u_*/C)^2 \bar{N}/f$  рассчитанной по всем данным. Зависимость, которая дана красной линией, едва ли можно отличить по экспериментальным данным от экстраполяции простого степенного закона в область малых  $V/(fR_m)$ . Это совпадение, таким образом, объясняет успешность работы моделей [9, 64] в применении к предсказанию аномалии ТПО даже в условиях  $V/(fR_m) < 1$ .

## 4.4 Обобщение результатов в трёхмерной модели реакции океана

**4.4.1 Основы обобщения.** В Разделе 1 было показано, что в рамках модели бароклиновой и баротропной реакции океана для воспроизведения альtimетрических измерений аномалий ВПО в следах ТЦ необходимо учитывать по меньшей мере две бароклиновые моды при использовании относительно большого коэффициента сопротивления морской поверхности при ураганных ветрах, примером которого служит параметризация [91].

На основе анализа оценок толщины ПС, полученных по спутниковым аномалиям ТПО в следах многих ТЦ, в подразделах 4.2 и 4.3 было установлено, что радиационное трение, вызванное излучением внутренних волн из ПС вглубь океана, оказывает важное влияние на динамику этого слоя. Кроме того, было показано, что при малых безразмерных скоростях ТЦ в данных проявляется отчётливое влияние апвеллинга, который является бароклиновой реакцией океана на ТЦ.

В оригинальной трёхмерной модели реакции океана на прохождение ТЦ [59] механизм радиационного трения не учитывался в уравнении для потока массы в ПС. Авторы также не дали рекомендаций относительно числа моделируемых бароклиновых мод, которое важно как для предсказания аномалий ВПО, так и интенсивности апвеллинга, влияющего на охлаждение ПС. Кроме того, в оригинальной модели влияние бароклиновых движений на вертикальное распределение температуры и плотности не учитывалось при расчёте толщины и температуры ПС, что приводило к некорректным результатам при сильном

апвеллинге. В оставшейся части данного раздела мы объединим настроенную модель бароклиинного отклика с построенной моделью ПС в трёхмерной модели реакции океана и оценим качество работоспособности полученной обобщённой модели путём сравнения предсказываемых ею аномалий ТПО с измерениями спутниковых радиометров.

Трёхмерная модель реакции океана состоит из двух блоков (см. рис. 4.9). Первый блок включает расчёт эволюции нормальных мод под влиянием движущегося поля завихренности ветровых напряжений в приближении трёхслойного океана. Собственные функции полей вертикальной скорости задаются выражениями (1.11), (1.27), а размерные коэффициенты определяются формулами (1.18), (1.20) и (1.21), в которых ветровые напряжения оцениваются с помощью коэффициента сопротивления морской поверхности [91]. Возмущённые бароклиинными движениями поля температуры и плотности находятся в соответствии с формулами, приведёнными в пункте 3.1.2, при этом в расчёте участвуют только первые две бароклиинные моды.

Второй блок трёхмерной модели представлен интегральной моделью верхнего ПС, которая состоит из уравнений для температуры, потока массы и толщины ПС. Температура ПС определяется уравнением (3.10). На расчёте толщины и интегрального импульса в ПС мы остановимся подробнее.

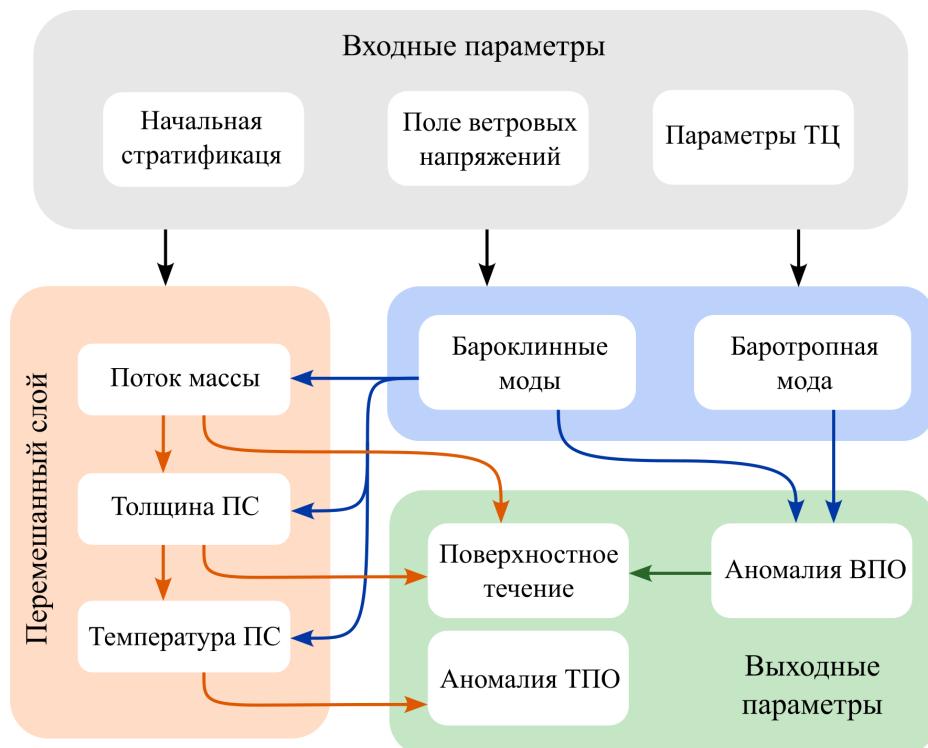


Рисунок 4.9 — Схема трёхмерной модели реакции океана на прохождение ТЦ

**4.4.2 Толщина ПС.** Этот параметр играет ключевую роль, поскольку он определяет величину аномалии ТПО, что следует из (3.10), и контролирует включение и выключение механизма радиационного трения, что будет рассмотрено в следующем пункте.

Для описания двумерного поля толщины развивающегося ПС используется гипотеза замыкания [55], согласно которой глобальное число Ричардсона равно критическому значению  $Ri_{cr}$  по мере заглубления ПС

$$\frac{\Delta b h}{|\Delta \mathbf{u}|^2} = Ri_{cr}. \quad (4.32)$$

Физический смысл (4.32) заключается в том, что в процессе развития ПС его нижняя граница находится на пороге неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. При  $Ri > Ri_{cr}$  (перепад плавучести достаточно велик или сдвиг скорости течения достаточно slab) появление сдвиговой неустойчивости на нижней границе ПС сдерживается стратификацией и турбулентное вовлечение не происходит. При уменьшении  $Ri$  (например, за счёт увеличения сдвига скорости или ослабления стратификации) и приближении его значения к  $Ri_{cr}$  граница раздела становится неустойчивой, что проявляется в виде экспоненциального нарастания амплитуды неустойчивых возмущений и их последующего разрушения. Это разрушение сопровождается генерацией турбулентности, приводящей к эрозии границы раздела (вовлечению) и увеличению толщины ПС. Увеличение  $h$ , и связанный с ним рост  $Ri$  приводят слой в докритическое состояние. Это состояние может стабилизироваться (если параметры слоя остаются постоянными), или опять стать неустойчивым, если сдвиг скорости течения на границе ПС продолжит увеличиваться.

Как было установлено в подразделе 4.2, гипотеза о постоянстве числа Ричардсона выполняется при учёте влияния апвеллинга на профили плотности, т.е. на перепад плавучести в (4.32). Мы выражаем  $\Delta b$  через профиль потенциальной плотности  $\rho_u(x, y, z)$ , возмущённый бароклиническими движениями, который определяется по выражениям подобным (3.4) и (3.6), в которых температура заменяется на плотность

$$\Delta b(x, y, h) = \frac{-g}{\rho_0} \left[ \frac{1}{h} \int_{-h}^0 \rho_u(x, y, z) dz - \rho_u(x, y, -h) \right] = \frac{1}{2} h N_{eff}^2(x, y, h). \quad (4.33)$$

Введённая выше эффективная частота плавучести определяется как

$$N_{\text{eff}}^2 = \frac{-2}{h^2} \int_{-h}^0 z N_u^2(x, y, z) dz, \quad (4.34)$$

где  $N_u^2(x, y, z)$  — вертикальный профиль частоты плавучести в точке  $(x, y)$ , вычисленный по полю плотности  $\rho_u(x, y, z)$ .

Учитывая, что модуль перепада скорости течения на нижней границе ПС выражается через поток массы дрейфового течения в ПС как  $|\Delta \mathbf{u}| = M/h$ , уравнение для толщины ПС, основанное на (4.32) можно записать в виде

$$h = (2Ri_{\text{cr}})^{1/4} \left( \frac{M(x, y)}{N_{\text{eff}}(x, y, h)} \right)^{1/2}. \quad (4.35)$$

При известной вертикальной бароклинной скорости в океане, вызванной ТЦ и позволяющей рассчитать  $\rho_u(x, y, z)$ , а также при известном значении  $M$  в точке  $(x, y)$ , толщина ПС  $h$  находится как решение трансцендентного уравнения (4.32).

При условии  $Ri > Ri_{\text{cr}}$  состояние ПС является стабильным, турбулентное вовлечение отсутствует, и нижняя граница ПС отслеживает вертикальные скорости бароклиновых движений в ТЦ. В таком случае толщина ПС определяется уравнением

$$V \frac{\partial h}{\partial x} = w_h, \quad (4.36)$$

где  $w_h = w(x, y, -h)$  — вертикальная бароклиновая скорость на нижней границе ПС, определяемая по формуле (3.7).

Это уравнение означает, что нижняя граница ПС движется вместе с изотермами под воздействием бароклиновой вертикальной скорости.

Критерием прекращения турбулентного вовлечения служит превышение  $Ri$  критического значения. Если  $Ri$  оказывается больше  $Ri_{\text{cr}}$ , например, вследствие усиления стратификации или ослабления потока массы, то вовлечение прекращается и температура ПС не меняется. Детали практической реализации переключения между двумя режимами, т.е. между формулами (4.35) и (4.36) для расчёта толщины ПС даны ниже.

**4.4.3 Поток массы в ПС.** В соответствии с (4.35) ключевым параметром, определяющим толщину ПС, является поток массы в этом слое. В пункте 4.1.2 мы подробно обсуждали факторы, влияющие на динамику дрейфовых течений в ПС, связанных с прохождением ТЦ. Там же было отмечено, что помимо ветровых напряжений и силы Кориолиса заметное влияние на баланс импульса в ПС оказывает излучение коротких внутренних гравитационных волн вглубь стратифицированного океана, которое вызывается колебаниями нижней границы ПС, связанными с действием неустойчивости Кельвина-Гельмгольца. На необходимость учёта этого влияния также указывают результаты предыдущего Раздела, в котором было показано, что введение механизма радиационного трения течений в ПС принципиально и позволяет привести результаты моделирования аномалий ТПО в соответствие с наблюдениями.

Напомним, что в работе [159] было получено выражение для скорости затухания модуля потока массы под влиянием излучения внутренних волн, которое с точностью до первого члена (текущее велико) имеет вид

$$\frac{dM}{dt} = -\frac{2}{3\pi} \frac{hN_1^3 l \bar{\zeta}_0^2}{M}, \quad (4.37)$$

где  $l$  — интегральный горизонтальный масштаб смещений нижней границы ПС пропорциональный  $h$ ;

$\bar{\zeta}_0^2$  — дисперсия этих смещений, которая пропорциональна  $h^2$ .

Мы используем выражение (4.37) для описания динамики ПС, развивающегося в режиме неустойчивости Кельвина-Гельмгольца, при которой глобальное число Ричардсона находится в окрестности критического значения (4.32). Используя уравнение для толщины ПС в виде (4.35), мы можем переписать уравнение (4.37), описывающее радиационное затухание течений в ПС, в следующем виде

$$\frac{dM}{dt} = -\varepsilon \text{Ri}_{\text{cr}} \frac{N_1^3}{N_{\text{eff}}^2} M, \quad (4.38)$$

где  $\varepsilon = (4/3\pi)(l/h)(\bar{\zeta}_0^2/h^2)$ .

Частным случаем (4.38) является формула (4.8), которая использовалась в пункте 4.1.2 в предположении, что  $N_{\text{eff}}$  равна частоте плавучести ниже ПС, и их комбинация может быть заменена средней частотой (4.9). В данной модели

мы ожидаем, что под влиянием апвеллинга  $N_{\text{eff}}$  может существенно отличаться от  $N_1$ , поэтому выражение, описывающее затухание потока массы под влиянием излучения внутренних волн, используется в полном виде (4.38). Отметим, что если в качестве масштабов смещений нижней границы ПС взять  $l = h$  и  $\bar{\zeta}_0^2 = 10^{-2}h^2$ , то константа  $\epsilon$  в (4.38) будет равна  $4/(3\pi) \cdot 10^{-2} \approx 4,2 \cdot 10^{-3}$ , что по порядку величины согласуется с оценкой  $7,6 \cdot 10^{-3}$ , полученной в пункте 4.2.3.

Мы включаем влияние радиационного трения в уравнение для потока массы в виде (4.38), которое принимает следующий вид в комплексных переменных

$$V \frac{\partial M}{\partial x} + (if + \epsilon \text{Ri}_{\text{cr}} \tilde{N})M = \tau, \quad (4.39)$$

где  $M = M_x + iM_y$ ;

$\tau = \tau_x + i\tau_y$ ;

$\tilde{N} = N_1^3/N_{\text{eff}}^2$ .

Предполагается, что если в какой-то момент времени  $\text{Ri}$  становится больше  $\text{Ri}_{\text{cr}}$ , турбулентное вовлечение и связанное с ним излучение внутренних волн, уносящих импульс ПС в нижележащие слои, прекращаются. В этом случае, радиационное трение в уравнении (4.39) должно пропадать. Это означает, что  $\epsilon$  всё же не является константой, а должна быть функцией числа  $\text{Ri}$ , которая стремится к нулю при превышении  $\text{Ri}$  критического значения. Способ численного решения уравнения (4.39) и практическая реализация отключения механизма радиационного затухания будут описаны ниже.

Так как в условиях сильного апвеллинга фоновый профиль частоты плавучести  $N(z)$  испытывает деформацию, значение  $N_1$  следует оценивать с учётом этой деформации. В приближении малых относительных смещений изопикин частоту плавучести в сезонном пикноклине можно записать в виде

$$N_1^2(x, y) = N_{10}^2 d_1 / \tilde{d}_1(x, y), \quad (4.40)$$

где  $N_{10}, d_1$  — начальные значения  $N_1$  и глубины нижней границы сезонного пикноклина соответственно (переменные  $N_1$  и  $d_1$  в Разделе 1);

$\tilde{d}_1(x, y) = -\zeta(x, y; -d_1)$  — глубина нижней границы сезонного пикноклина в точке с координатами  $(x, y)$ , которая определяется решением уравнения (3.6) с начальным условием  $z = -d_1$ .

Уравнение (4.39) для потока массы решается численно с помощью метода конечных разностей с применением схемы Кранка-Николсон (метод трапеций). Используя  $k$  для обозначения номера текущего шага по  $x$ , комплексно-значный поток массы на продольном расстоянии  $x$  от глаза ТЦ равен

$$M_k = \frac{\frac{\Delta x}{2V}(\tau_k + \tau_{k-1}) + M_{k-1} \left[ 1 - \frac{\Delta x}{2V} (if + \varepsilon \text{Ri}_{\text{cr}} \tilde{N}_{k-1}) \right]}{1 + \frac{\Delta x}{2V} (if + \varepsilon \text{Ri}_{\text{cr}} \tilde{N}_k)}, \quad (4.41)$$

где  $\Delta x$  — величина шага.

Поскольку толщина ПС на текущем пространственном шаге неизвестна (для её вычисления нужно знать  $M_k$ ), частоту плавучести  $\tilde{N}_k$  рассчитать невозможно. Чтобы решить возникшую проблему, в формуле (4.41) мы полагаем  $\tilde{N}_k$  равным  $\tilde{N}_{k-1}$ .

Как мы говорили, слагаемое в (4.39), описывающее радиационное затухание потока массы, необходимо отключать в условиях прекращения турбулентного вовлечения, т.е. когда  $\text{Ri} > \text{Ri}_{\text{cr}}$ . Это можно сделать, путём умножения  $\varepsilon$  в (4.39) на «размазанную» ступенчатую функцию вида  $\Theta(\text{Ri}_{\text{cr}} - \text{Ri})$ . Как показали наши численные эксперименты, из-за того, что мгновенное  $\text{Ri}$  может меняться в широких пределах (на порядки), в численном решении могут возникнуть паразитические колебания, амплитуда которых растёт с интенсивностью радиационного затухания (с ростом  $\varepsilon$ ). По этой причине мы выбрали другой (физически эквивалентный) способ переключения между режимами с затуханием и без, который состоит в следующем. Вместо расчёта  $\text{Ri}$  и сравнения его с  $\text{Ri}_{\text{cr}}$  на текущем шаге по  $x$  мы сравниваем предсказания толщины ПС, которые дают уравнения (4.35) и (4.36). Если  $h_{k-1}^*$  — толщина ПС на предыдущем шаге по  $x$ ,  $h_k$  — толщина ПС согласно (4.35), а  $h_k^w$  — толщина ПС на  $k$ -ом шаге, предсказываемая уравнением (4.36), то малость  $h_k^w$  по сравнению с  $h_k$  означает, что за время  $\Delta x/V$  изотермы под ПС сблизились с нижней границей этого слоя, и турбулентное вовлечение продолжается. В терминах числа Ричардсона это означает, что  $\text{Ri} = \text{Ri}_{\text{cr}}$  (число Ричардсона для слоя толщиной  $h_k^w$  заведомо меньше  $\text{Ri}_{\text{cr}}$ ). В этом случае ( $h_k^w/h_k < 1$ ) толщине ПС присваивается значение  $h_k$ , рассчитанное по (4.35), и температура ПС определяется формулой (3.10). Если  $h_k^w$  оказывается больше чем  $h_k$ , изотермы за время  $\Delta x/V$  удаляются от нижней границы ПС. Предполагая, что процесс перемешивания необратим, и

что изотермы могут двигаться только навстречу или вместе с нижней границей ПС, неравенство  $h_k^w/h_k \geq 1$  означает превышение  $Ri$  критического значения и прекращение вовлечения. В этом случае толщине ПС присваивается значение  $h_k^w$ , рассчитанное по (4.42), и температура ПС остаётся неизменной по сравнению с температурой на предыдущем пространственном шаге.

Для получения  $h_k^w$  уравнение (4.36) решается численно с помощью метода конечных разностей

$$h_k^w = h_{k-1}^* + \frac{\Delta x}{V} w(x_{k-1}, y, -h_{k-1}^*). \quad (4.42)$$

Наши расчёты показали, что сравнение  $h_k^w$  и  $h_k$  вместо сравнения  $Ri$  и  $Ri_{cr}$ , не исключает полностью возможность появления паразитных колебаний в численном решении. Эти колебания, однако, можно минимизировать, если задать  $\epsilon$  в виде

$$\epsilon = \epsilon_0 \Theta(h_k^w/h_k), \quad (4.43)$$

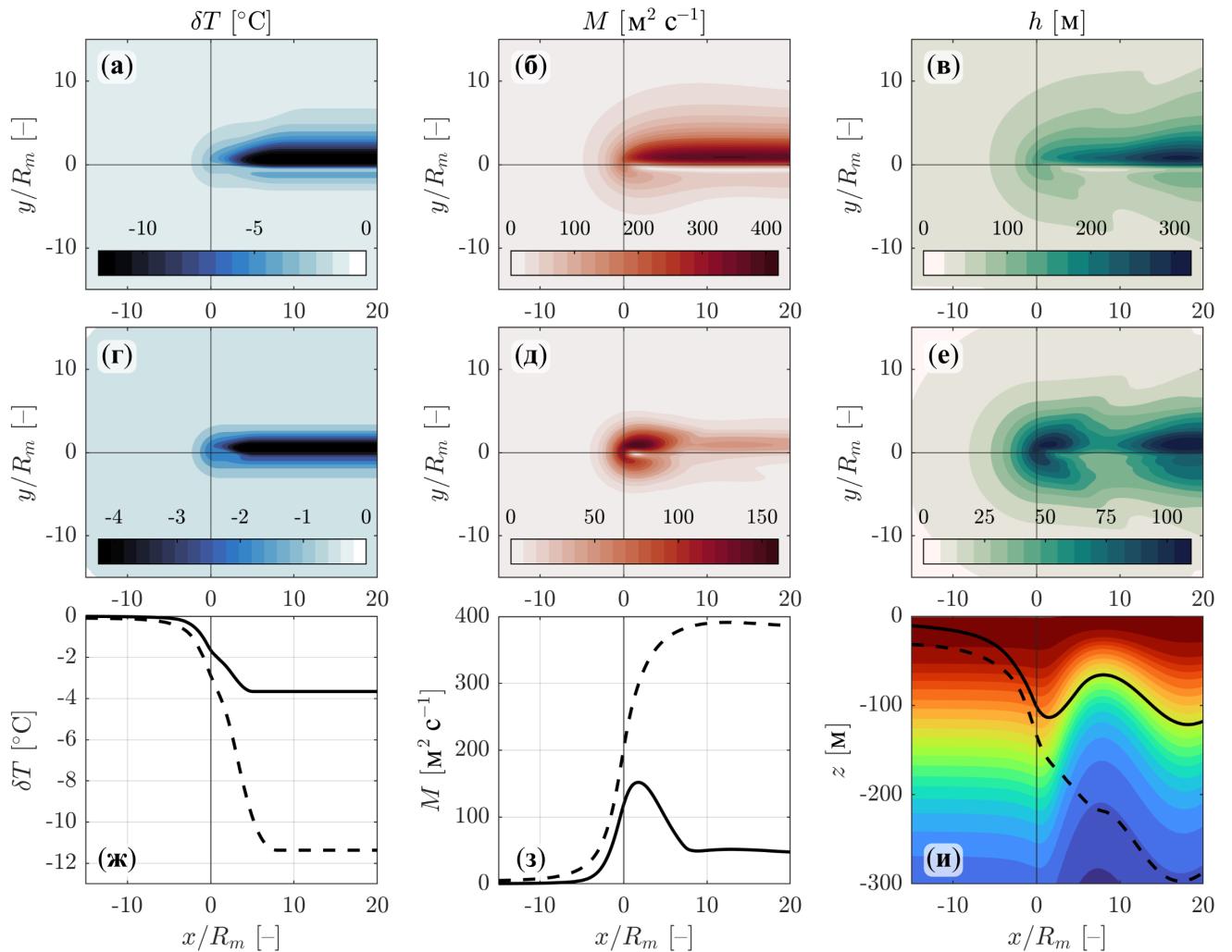
где  $\epsilon_0$  — эмпирическая константа;

$\Theta(x) = \frac{1}{2}(1 + \tanh(a[b - x]))$  — «размазанная» ступенчатая функция с параметрами  $a = 20$  и  $b = 1,2$ .

**4.4.4 Пример модельного расчёта.** Принципиально важным элементом интегральной модели ПС является учёт влияния радиационного трения на эволюцию потока массы дрейфовых течений в ПС. Для иллюстрации этого влияния рассмотрим ТЦ и профили температуры и солёности, которые были использованы в пункте 3.1.2. Значение  $Ri_{cr}$  зададим равным единице.

Результаты моделирования реакции океана на ТЦ с данными параметрами показаны на рис. 4.10. Этот рисунок показывает, как ослабевает интенсивность поля аномалии температуры, поток массы и уменьшается толщина ПС по сравнению с расчётами без учёта трения. Ослабление всех полей вполне ожидаемо, так как оно очевидным образом следует из уравнений (3.10), (4.39) и (4.35). Напротив, изменения, которые претерпевает форма полей, менее очевидны. Если в отсутствие радиационного трения поток массы монотонно возрастает под действием ветра в пределах ТЦ (с последующим сохранением амплитуды инерционных колебаний вне ТЦ), то при его учёте область

интенсивных течений оказывается локализована в окрестности глаза ТЦ (ср. рис. 4.10, б, д). Несмотря на уменьшение потока массы позади глаза ТЦ при наличии радиационного затухания (рис. 4.10, з), инерционные колебания в следе циклона полностью не исчезают, что связано с прекращением излучения внутренних волн из ПС в связи с превышением  $Ri$  критического значения.



Сплошные и штриховые линии в (ж, з, и) показывают значения полей при учёте и без учёта радиационного трения, соответственно. В рисунке (и) дополнительно отображено возмущённое апвеллингом фоновое распределение температуры на линии  $y/R_m = 1,15$ , в котором температура поверхности равна  $28,7^\circ\text{C}$ , и изотермы проведены с шагом  $1^\circ\text{C}$

Рисунок 4.10 — Поля аномалии ТПО ( $^\circ\text{C}$ ), потока массы ( $\text{m}^2 \cdot \text{c}^{-1}$ ) и толщины ПС (м), полученные без учёта влияния (а, б, в) и с учётом влияния радиационного трения (г, д, е); сечения полей вдоль линии  $y/R_m = 1,15$  (ж, з, и)

В отсутствие механизма радиационного затухания интенсивность охлаждения и толщина ПС достигают скорее нереалистичных величин (минус  $12^\circ\text{C}$  для  $\delta T$  и 300 м для  $h$ ) для ТЦ с выбранным параметрами. Охлаждение ПС

под действием турбулентного вовлечения происходит до расстояния  $x = 8R_m$  (рис. 4.10, ж). Минимум температуры достигается тогда, когда число  $Ri$  превышает  $Ri_{cr}$ , с чем связано прекращение вовлечения холодной воды на нижней границе ПС. В этом случае граница ПС движется вместе с изотермами, которые совершают колебания, связанные с длинными инерционно-гравитационными волнами в следе ТЦ.

При учёте радиационного затухания течений в ПС аномалия ТПО и толщина ПС принимают правдоподобные значения (минус 4 °C для  $\delta T$  и 100 м для  $h$ ). Расстояние от глаза ТЦ, на котором достигается минимум температуры ПС, сокращается почти в два раза (рис. 4.10, ж). Как и в случае без трения минимум температуры достигается тогда, когда число  $Ri$  достигает и далее превышает критическое значение, что приводит к устойчивости границы ПС и прекращению вовлечения нижележащей холодной воды. Этот момент происходит тогда, когда нижняя граница ПС перестаёт сближаться с изотермами фонового поля температуры, что хорошо видно на рис. 4.10, ж, и. После достижения максимального значения толщины ПС на расстоянии  $x \approx R_m$  температура ПС продолжает уменьшаться, поскольку граница ПС движется навстречу изотермам. Такое поведение толщины объясняется тем, что она согласно (4.35) уменьшается вследствие ослабления потока массы (зависимость от стратификации в этом уравнении как правило слаба), в то время как изотермы под влиянием апвеллинга поднимаются к поверхности гораздо быстрее. Турбулентное вовлечение прекращается примерно на расстоянии  $x = 5R_m$ , на котором скорость поднятия нижней границы ПС согласно (4.35) приравнивается к вертикальной скорости бароклинических движений.

**4.4.5 Определение параметров модели по данным измерений аномалий ТПО.** Модель содержит ряд параметров, которые требуют определения. В подразделе 1.3 было показано, что для воспроизведения измеряемых спутниковыми альтиметрами аномалий высоты поверхности океана, связанных с прохождением ТЦ, необходимо учитывать вклад, как минимум, двух бароклинических мод. При этом коэффициент сопротивления морской поверхности  $C_d$ , определяющий величину ветровых напряжений следует выбирать так, чтобы он имел значения в диапазоне от  $2,0 \cdot 10^{-3}$  до  $2,5 \cdot 10^{-3}$  при ураганных ветрах. В качестве варианта, обеспечивающего такие значения  $C_d$ , было предложено использовать параметризацию коэффициента сопротивления [91].

Значения критического числа Ричардсона  $Ricr$  и константы  $\varepsilon$  в уравнениях (4.35) и (4.39) мы определим по сформированной в Разделе 3 базе данных аномалий ТПО, связанных с прохождением ТЦ в разных районах Мирового океана.

Уравнения рассматриваемой модели реакции океана записаны для идеализированных условий, в которых «замороженное» поле ветра ТЦ перемещается с постоянной скоростью по прямолинейной траектории над океаном с горизонтально однородной стратификацией. Для применения модели к реальным условиям мы будем предполагать, что реакция океана на прохождение циклона является локальной, т.е. не зависит от реакции в соседних областях пространства и определяется локальными параметрами ТЦ и стратификацией океана под ним. К области пространства, в которой реакция океана является локальной, мы относим линии перпендикулярные к траектории ТЦ.

Таким образом, реакция океана на реальный ТЦ составляется из последовательности локальных реакций на перпендикулярных к траектории ТЦ линиях, проведённых через положения циклона в разные моменты времени. Для получения локальной реакций на данном перпендикуляре к траектории ТЦ мы используем нашу модель, которая запускается с локальными предварительно осреднёнными с суточным окном параметрами ТЦ и профилями температуры и солёности для данного положения ТЦ. Модель предсказывает двумерное поле аномалии ТПО в идеализированной расчётной области с размерами  $-15R_m < y < 15R_m, 15R_m < x < 30R_m$ . По этому полю вычисляется профиль аномалии ТПО как среднее двумерного поля в полосе  $[0, x_{max}]$ , где  $x_{max}$  — максимальное значение переменной  $x$ . Данный профиль аномалии ТПО мы рассматриваем как локальную термическую реакцию океана на ТЦ на данном перпендикуляре, проведённом к траектории. Минимумы аномалий ТПО на таких перпендикулярах впоследствии сравниваются с аномалиями ТПО, вычисленных по спутниковым данным на этих же перпендикулярах (см. пункт 3.2.1).

Мы не рассматриваем положения ТЦ, соответствующие слабым циклонам, распространяющимся недалеко от суши и над участками океана с относительно малой глубиной (описание критериев дано в пункте 3.2.3). Для повышения качества данных, по которым будет производиться настройка параметров модели, мы дополнительно исключаем из анализа те положения ТЦ (сегменты траекторий), через которые проходили другие циклоны меньше месяца назад. Это требование связано с тем, что при прохождении других ТЦ, во-первых, стратификация может претерпеть изменения, которые проваливаются под

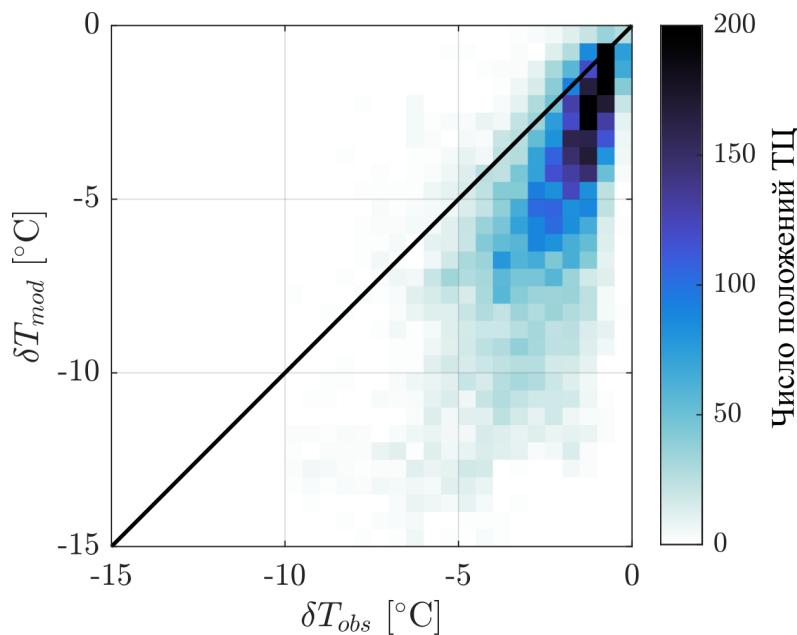


Рисунок 4.11 — Сравнение наблюдаемых аномалий ТПО с модельными, полученными без учёта радиационного трения

сетку данных ISAS20, чьё временное разрешение равно 1 месяцу, и, во-вторых, состояние океана может оказаться далёким от состояния покоя, которое предполагается при использовании нашей модели. Мы также не рассматриваем положения ТЦ, в которых ураганы имели скорость перемещения меньше  $1 \text{ м} \cdot \text{с}^{-1}$ , чтобы исключить случаи с потенциально сильным влиянием нелинейности. Кроме того из моделирования исключаются сильно искривлённые участки траекторий ТЦ.

Возвращаясь к оригинальному варианту модели, в котором не учитывается влияние радиационного затухания ( $\epsilon = 0$ ),  $Ri_{cr}$  задаётся равным 0,63, и учитываются две бароклинические моды, мы видим, что аномалия ТПО систематически переоценивается (рис. 4.11), так что модель в такой конфигурации непригодна для моделирования охлаждения океана под воздействием ТЦ.

Как показывают наши расчёты, ошибка моделирования аномалии ТПО главным образом зависит от интенсивности апвеллинга. В качестве меры этой интенсивности можно взять максимальное относительное смещение какой-нибудь изотермы, изначально находившейся недалеко от поверхности океана. Если рассмотреть изотерму, которая в начальный момент времени находится на глубине нижней границы сезонного пикноклина  $z = -d_1$ , то интенсивность апвеллинга характеризуется параметром  $\delta D/d_1$ , в котором  $\delta D$  есть максималь-

ное смещение нижней границы сезонного пикноклина на траектории ТЦ ( $y = 0$ )

$$\delta D = \max \left\{ d_1 - \tilde{d}_1(x, y) \right\}, \quad (4.44)$$

где  $\tilde{d}_1(x, y) = -\zeta(x, y; -d_1)$  — решение уравнения (3.6) с начальным условием  $z = -d_1$ , взятое с обратным знаком.

При использовании модели в оригинальном варианте ошибки аномалии ТПО очень быстро растёт с увеличением интенсивности апвеллинга (рис. 4.12, а). Численные эксперименты показывают, что уменьшение  $Ri_{cr}$  до 0,1 не позволяет устранить этой закономерности даже при умеренных значениях  $\delta D/d_1$ . Таким образом, без учёта радиационного трения, влияющего на поток массы и, соответственно, на толщину ПС и аномалию ТПО, модель охлаждения океана оказывается применима только лишь к циклонам, генерирующими очень слабый апвеллинг с  $\delta D/d_1 \leq 0,2$ .

В подразделе 4.2 была предложена модель толщины ПС, в которой использовалось описание радиационного затухания течений, не учитывающее деформацию фоновой стратификации, вызванной апвеллингом ( $Ri_{cr}\tilde{N}$  в уравнении (4.39) заменяется на  $\bar{N}$ , которая определяется формулой (4.9)). Там же были получены значения параметров  $Ri_{cr} = 0,85$  и  $\varepsilon = 7,6 \cdot 10^{-3}$ . Результаты расчётов по модели с такими параметрами и радиационным затуханием, в котором не учитывается возмущение стратификации апвеллингом, показывают (рис. 4.12, б), что по сравнению с предыдущим случаем, в котором мы полагали  $\varepsilon = 0$ , модель оказывается применимой в более широком диапазоне значений параметра интенсивности апвеллинга ( $\delta D/d_1 \leq 0,5$ ), несмотря на наличие систематической недооценки аномалии температуры. Мы, таким образом, снова убедились в том, что для описания динамики ПС и его охлаждения под влиянием ТЦ необходимо учитывать механизм радиационного трения.

Наконец, рассмотрим предсказание модели в случае, когда коэффициент скорости радиационного затухания рассчитывается с учётом влияния апвеллинга на стратификацию океана, на фоне которой развивается ПС. В этом случае оптимальная комбинация эмпирических констант  $Ri_{cr}$  и  $\varepsilon$  определялась таким образом, чтобы добиться наилучшего соответствия между моделируемыми и наблюдаемыми аномалиями ТПО в максимально широком диапазоне значений параметра интенсивности апвеллинга. Результаты экспериментов показали, что достигнуть желаемого результата позволяет комбинация критического

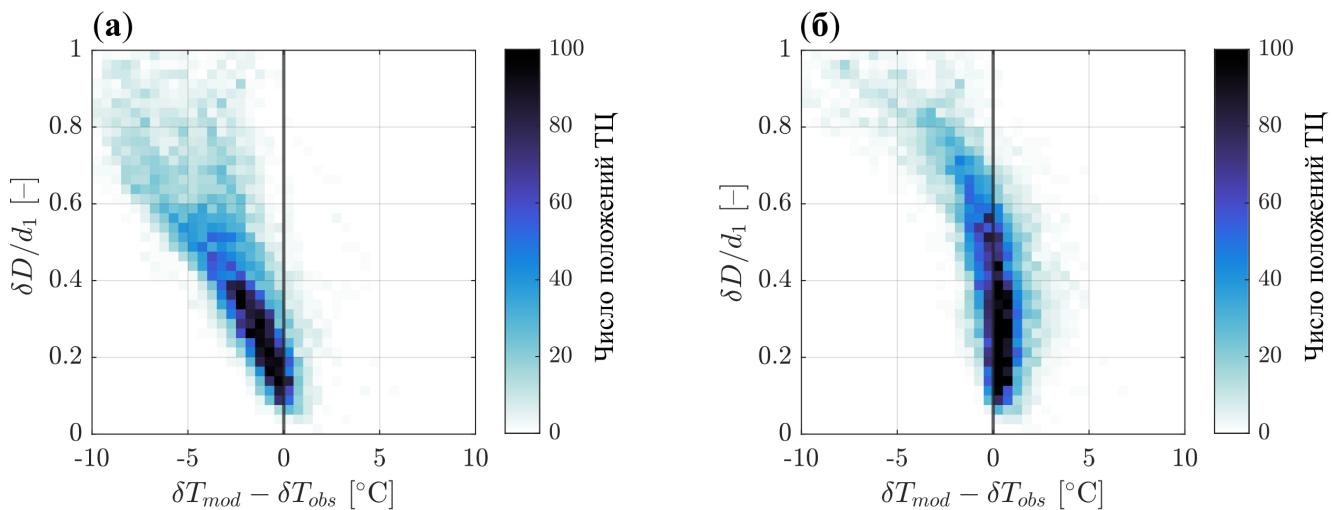


Рисунок 4.12 – Ошибка моделирования аномалии ТПО в зависимости от параметра интенсивности апвеллинга в условиях, когда влияние радиационного трения не учитывается (а) и учитывается в форме, которая применялась в пункте 4.2.3 (б)

числа Ричардсона  $Ri_{cr} = 1$  и коэффициента, контролирующего скорость радиационного затухания,  $\varepsilon = 2,5 \cdot 10^{-3}$ . Эту пару констант мы рассматриваем как оптимальную. Рис. 4.13, а, в показывает, что при слабом и умеренном апвеллинге ( $\delta D/d_1 < 0,6$ ) ошибка распределена почти симметрично относительно нуля и по модулю практически не превышает  $2,5$  °С. При сильном апвеллинге ( $\delta D/d_1 > 0,6$ ) среднее значение ошибки заметно сдвигается в отрицательную область, что говорит о систематической переоценке аномалий ТПО (рис. 4.13, а, б). Усиление модельной аномалии ТПО при  $\delta D/d_1$ , стремящемся к единице, ожидаемо, т.к. при таких больших относительных смещениях линейное приближение, в котором записаны все исходные уравнения, оказывается неприменимым. Можно также заметить увеличение дисперсии ошибок при уменьшении безразмерной скорости ТЦ (рис. 4.13, б, в). С одной стороны, можно предположить, что в ситуациях с малыми  $V/(fR_m)$  качество данных спутниковых измерений ТПО может быть относительно низким, поскольку малой безразмерной скорости часто соответствуют циклоны с малой скоростью перемещения, которая предполагает увеличенную продолжительность ураганных ветров и покрытия данной области пространства облаками и обильными осадками. С другой стороны, при достаточно большом времени действия ТЦ в океане могут возникать сильные течения, для моделирования которых линейное приближение также может оказаться непригодным.

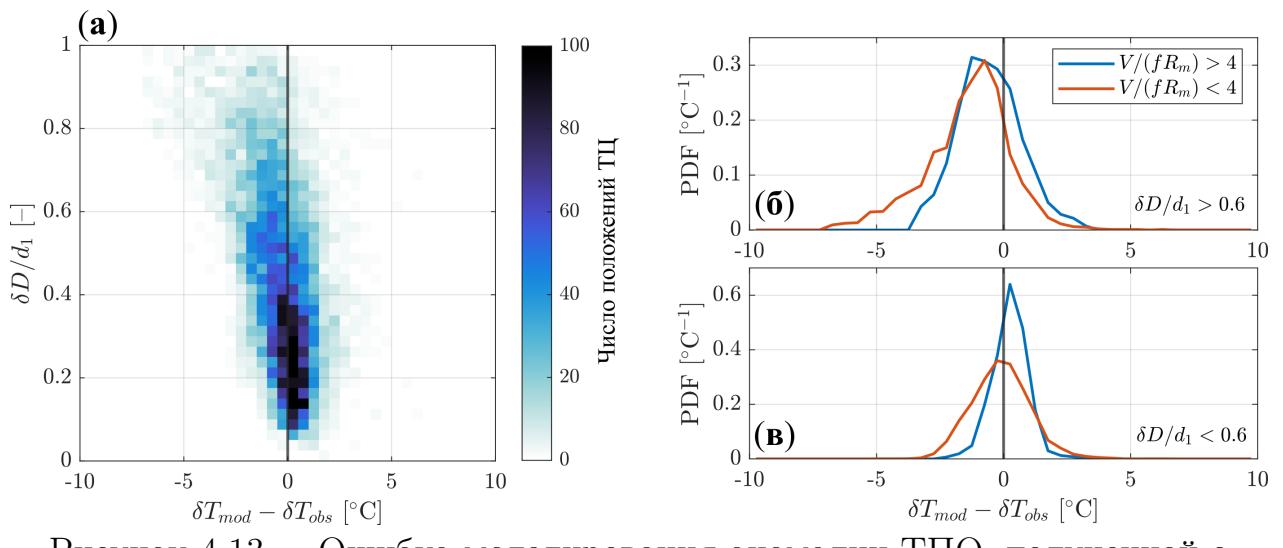
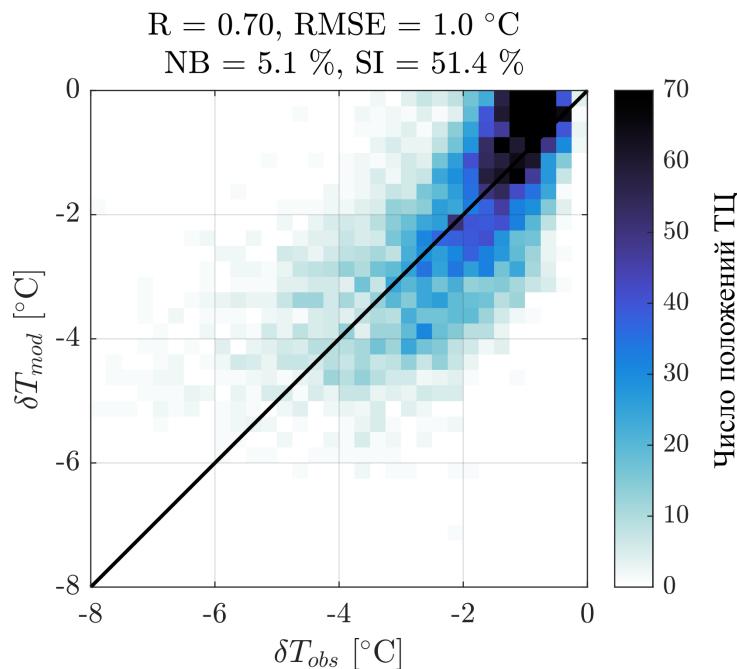


Рисунок 4.13 — Ошибка моделирования аномалии ТПО, полученной с помощью трёхмерной модели с настроенными константами, в зависимости от параметра интенсивности апвеллинга (а); функция плотности вероятности (PDF) ошибки моделирования при относительно сильном (б) и слабом апвеллинге (в)

Таким образом, несмотря на принципиально неустранимые ошибки при больших значениях  $\delta D/d_1$ , связанные с непригодностью линейного приближения, модель способна предсказывать адекватные значения аномалии ТПО при малых и умеренных значениях  $\delta D/d_1$ . Альтернативное представление о качестве работы модели даёт диаграмма рассеяния на рис. 4.14, на которой показаны только случаи с  $\delta D/d_1 < 0,6$ . Наблюданная недооценка слабых аномалий ТПО (около минус 1 °C), по видимому, связана с тем, что в модели не учитывается влияние поверхностных потоков тепла на тепловой баланс ПС. Несмотря на это, модель в целом удовлетворительно воспроизводит аномалии ТПО средней и значительной интенсивности, о чём говорят значения коэффициента корреляции модели с наблюдениями 0,7, стандартного отклонения 1 °C и нормированного смещения 5,1 %.

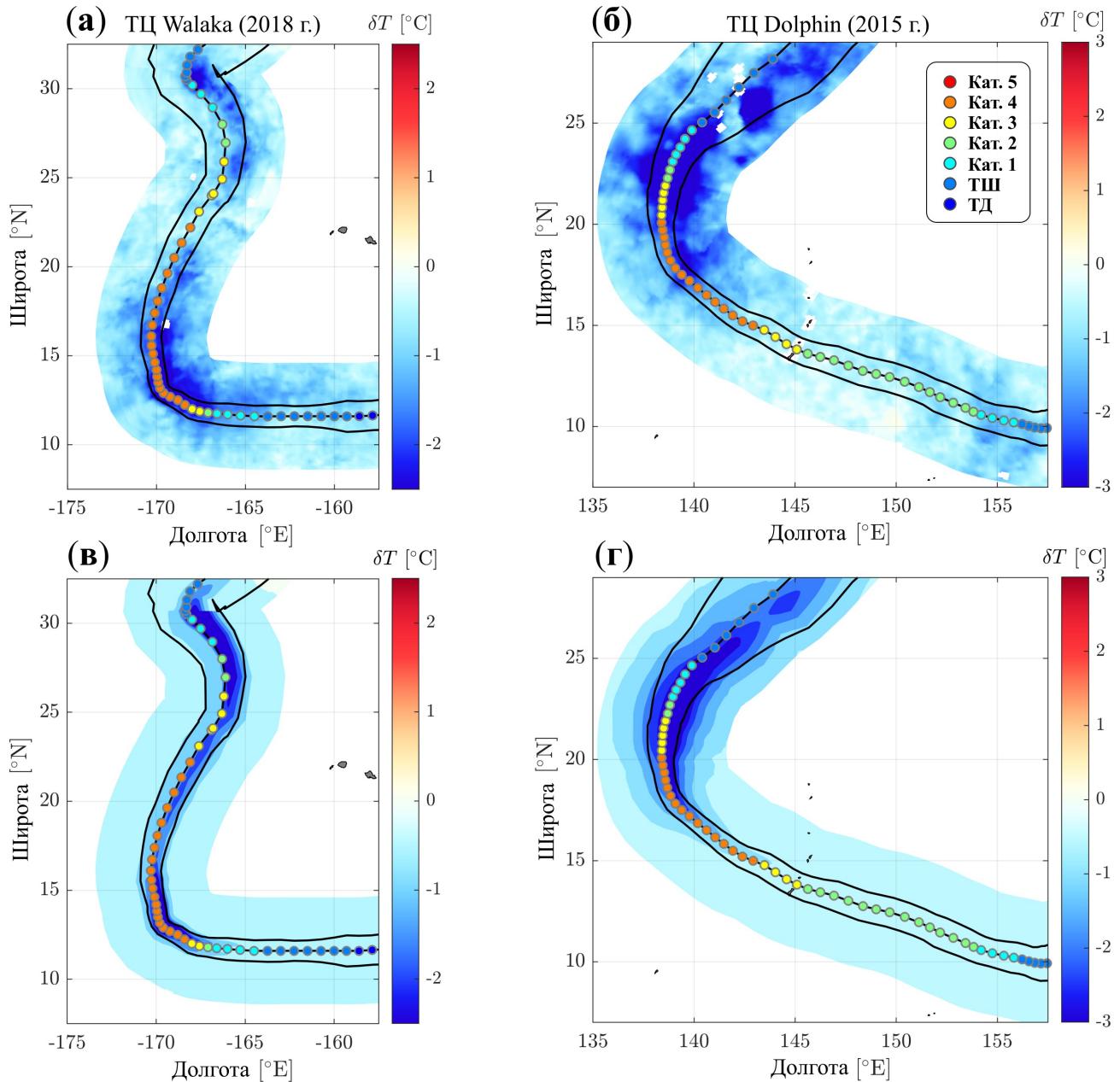


Описание статистических метрик, показанных в заглавии рисунка, дано в подписи к рис. 4.6

Рисунок 4.14 — Сравнение наблюдаемых аномалий ТПО с аномалиями, предсказанными трёхмерной моделью с настроенными константами

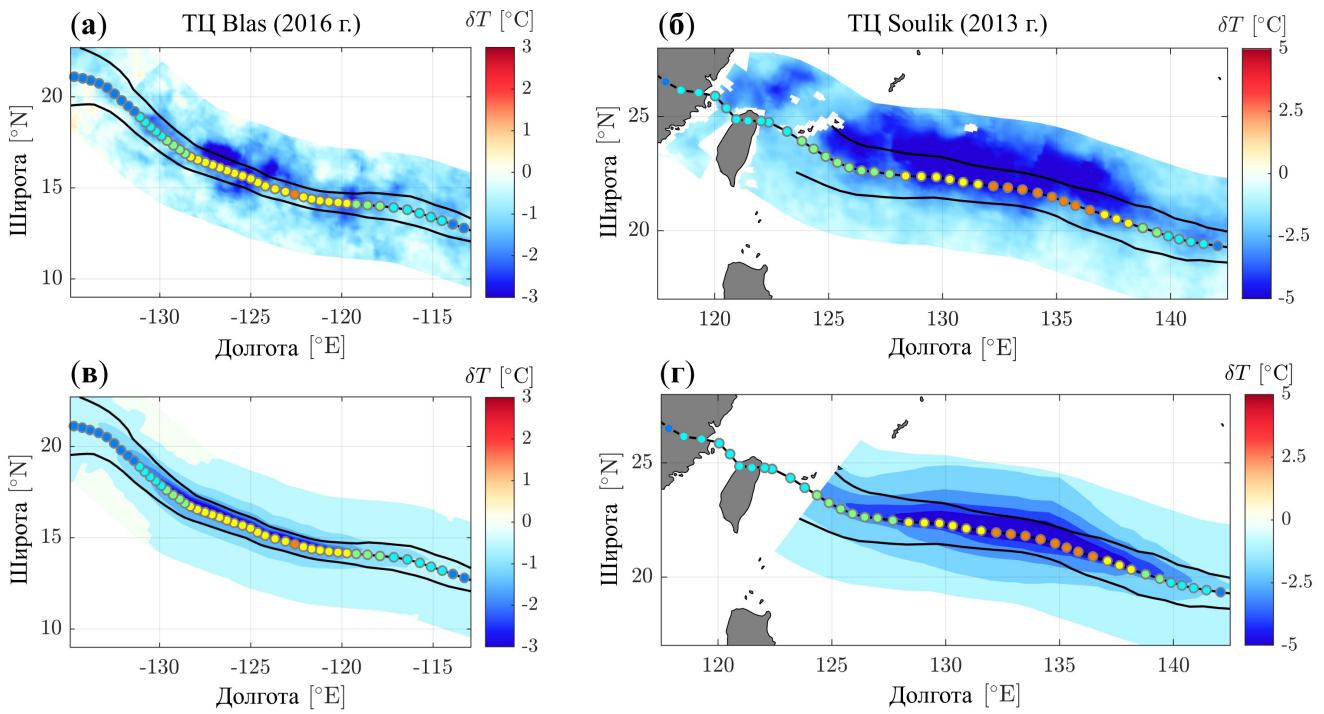
**4.4.6 Ситуационное моделирование термической реакции океана на прохождение ТЦ.** Рассмотрим подробнее термическую реакцию океана на прохождение нескольких ТЦ. На рис. 4.15, а, б и 4.16, а, б показаны поля аномалий ТПО, сформированных четырьмя различными циклонами, которые распространялись в западном и восточном районах Тихого океана. Поскольку все ТЦ находятся в северном полушарии, область интенсивных аномалий температуры смещена в право относительно направления движения циклонов. Несмотря на это, аномалии ТПО, вызванные этими циклонами, сильно отличаются как по форме так и по интенсивности.

Двумерные поля аномалий ТПО, полученные с помощью модели, показаны на рис. 4.15, в, г и 4.16, в, г. На основании этих рисунков можно сказать, что модель в целом воспроизводит смещение холодного следа вправо от траекторий ураганов, однако можно заметить явные ошибки воспроизведения геометрических свойств полей аномалий ТПО в случае некоторых ураганов. Геометрия термического следа, сформированного ТЦ Dolphin, воспроизводится достаточно хорошо. Также неплохое соответствие получилось в результате применения модели к ТЦ Soulik. Модель адекватно воспроизводит ширину аномалий ТПО, возникших под влиянием этого урагана, но явно недооценивает среднее смещение холодного следа вправо от траектории ТЦ. Также видно, что по данным



Чёрные линии по обе стороны траекторий ТЦ показывают расстояние от траектории, равное удвоенному радиусу максимальной скорости ветра. Кружки показывают положение ТЦ с дискретностью 3 часа. Цвет кружков обозначает интенсивность циклонов по шкале Саффира-Симпсона (см. легенду и подпись к рис. 1.3)

Рисунок 4.15 — Поля аномалии ТПО, вызванной прохождением ТЦ Walaka (а) и Dolphin (б); смоделированные поля аномалий ТПО для соответствующих ТЦ (в, г)

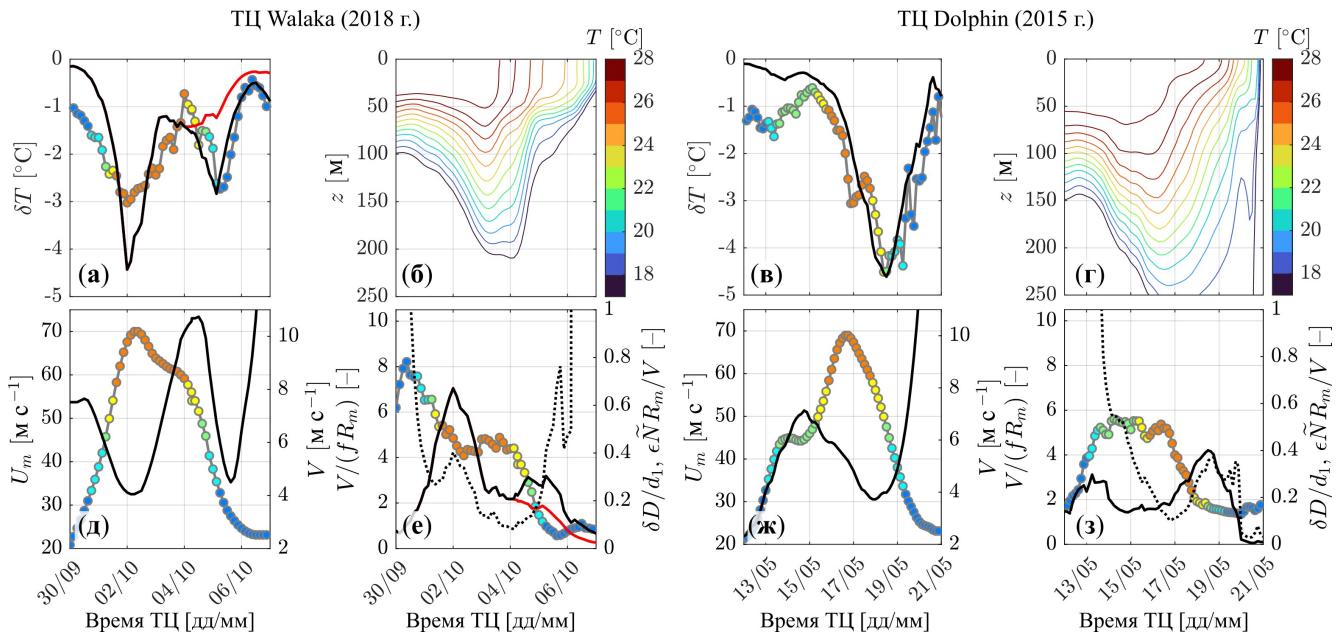


Обозначения в рисунках такие же как на рис. 4.15

Рисунок 4.16 — Поля аномалии ТПО, вызванной прохождением ТЦ Blas (**а**) и Soulik (**б**); смоделированные поля аномалий ТПО для соответствующих ТЦ (**в**, **г**)

моделирования интенсивность холодного следа в окрестности островов оказалась не такой большой как в наблюдениях. Геометрические характеристики полей аномалий ТПО, связанных с ТЦ Walaka и Blas, заметно недооцениваются моделью. Наблюдаемые термические следы оказываются значительно шире и имеют большее смещение вправо от траектории ТЦ. Мы полагаем, что ошибки моделирования ширины и смещения холодных следов могут быть связаны, во-первых, с существованием не учитываемых в модели фоновых течений, связанных, например, с мезомасштабными вихрями, которые могут приводить к дополнительному адвективному переносу тепла в ПС. Во-вторых, горизонтальная адвекция, связанная с бароклинными движениями, которой мы пренебрегли в уравнении (3.1), также может оказаться определённое влияние на геометрию поля аномалии ТПО.

Сравнение интенсивности наблюдаемых и смоделированных аномалий ТПО легче анализировать с помощью временных рядов максимального охлаждения, полученных путём выбора минимальной аномалии на линиях перпендикулярных к траекториям циклонов (см. пункт 3.2.1). Ряды, показанные на рис. 4.17, а, в и 4.18, а, в, дают более детальное представление об изменении



Чёрная линия в (а, в) — аномалия ТПО, полученная по трёхмерной модели. Цветными кружками показаны ряды параметров по оси ординат слева, а линиями без кружков — ряды параметров по дополнительной оси ординат справа при её наличии. Значение параметра  $\epsilon \tilde{N} R_m / V$  вычисляется по  $\tilde{N}$ , осреднённой в области  $x \geq 0$  на линии  $y = 0$ . Красные линии в (а, е) показывают результаты модельных расчётов с альтернативным заданием профилей температуры и солёности (см. текст)

Рисунок 4.17 — Временные ряды различных параметров ТЦ Walaka и Dolphin из рис. 4.15, а также соответствующих параметров океана: (а, в) — минимальные аномалии ТПО на перпендикулярах, проведённых к траектории урагана; (б, г) — температура в океане под ТЦ; (д, ж) — максимальная скорость ветра ( $U_m$ ) и скорость перемещения ТЦ ( $V$ ); (е, з) — безразмерная скорость перемещения ТЦ ( $V/(fR_m)$ ), параметр интенсивности апвеллинга ( $\delta D/d_1$ ) и безразмерная скорость трения ( $\epsilon \tilde{N} R_m / V$ )

интенсивности охлаждения поверхности по мере продвижения ТЦ. Несмотря на очевидные «промахи» в предсказании абсолютных значений аномалий ТПО, которые, как правило, не превышают  $1,5^{\circ}\text{C}$ , результаты моделирования показывают (см. чёрные линии на рис. 4.17, а, 4.18, а), что модель достаточно хорошо воспроизводит основные периоды усиления и ослабления аномалий ТПО. Учитывая это обстоятельство, а также общие закономерности формирования толщины ПС, описанные в подразделах 4.1 и 4.2, которые в целом наследуются полной трёхмерной моделью, описанной выше, мы можем понять происхождение наблюдавшихся аномалий ТПО путём анализа временной эволюции параметров ТЦ и стратификации в океане под циклоном (на примере поля температуры).

Первое охлаждение, вызванное ТЦ Walaka (момент времени 02/10 на рис. 4.17, а), связано с усилением скорости ветра  $U_m$  и уменьшением скорости перемещения  $V$  (рис. 4.17, д). Усиление ТЦ, приводящее к увеличению потока импульса из атмосферы в океан, и замедление циклона, предполагающее увеличение времени действия ветра (что проявляется в уменьшении безразмерной скорости ТЦ, рис. 4.17, е) — всё это приводит к усилению потока массы в ПС, а значит и к увеличению толщины ПС. Моменту времени 02/10 также соответствует локальный максимум параметра интенсивности апвеллинга, определённого по формуле (4.44) (рис. 4.17, е). Подобно потоку массы в ПС апвеллинг усилился из-за увеличения ветровых напряжений (рост  $U_m$ ) в циклоне и уменьшения скорости его перемещения. Влияние размера циклона и параметра Кориолиса на этом участке траектории не оказывается на охлаждении ввиду их незначительного изменения (см. рис. 4.15, а).

Второе охлаждение, соответствующее моменту времени 05/10, совпадает по интенсивности с первым, несмотря на одинаковую скорость перемещения, более слабую скорость ветра в циклоне и слабый апвеллинг (ср. моменты времени 05/10 и 02/10 на рис. 4.17, д, е). Первая причина, по которой аномалия ТПО 05/10 достигает почти 3 °C связана с малой безразмерной скоростью перемещения ТЦ (параметр  $V/(fR_m)$  уменьшился с 4 до 1,5 на рис. 4.17, е). Малым значениям  $V/(fR_m)$  способствовало увеличение размера циклона и параметра Кориолиса (на рис. 4.15, а видно как циклон движется на север, и как увеличивается  $R_m$ ), которое приводит к сближению эффективной частоты вращения вектора ветровых напряжений в правом секторе циклона с инерционной частотой. Учитывая, что безразмерная скорость радиационного трения примерно одинакова в рассматриваемые моменты времени, мы можем сказать, что поток массы в ПС 05/10 должен быть не слабее потока массы 02/10. Вторая причина состоит в усилении градиента температуры под поверхностью океана (рис. 4.17, б), которое несильно повлияло на интенсивность апвеллинга и скорость радиационного затухания, но заметно повлияло на температуру ПС. Сказанное подтверждается модельными расчётами, в которых профили температуры и солёности после 04/10 были зафиксированы равными профилям в этот момент времени (см. красные линии на рис. 4.17, а, е).

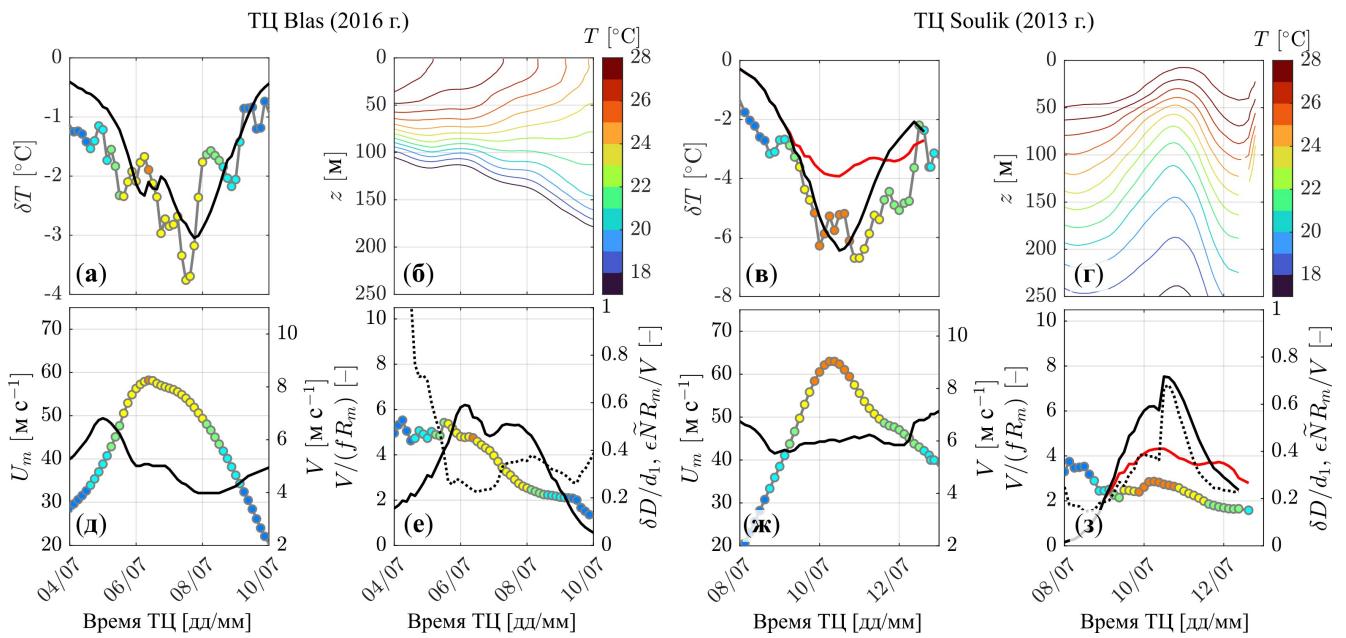


Рисунок 4.18 — То же, что и на рис. 4.17, но для ТЦ Blas и Soulik из рис. 4.16

Случай ТЦ Dolphin иллюстрирует влияние интенсивности циклона и безразмерной скорости перемещения на аномалию ТПО. Охлаждение поверхности от 15/05 до 17/05 (рис. 4.17, в) главным образом связано с увеличением потока импульса в океан (рост  $U_m$  на рис. 4.17, ж) и уменьшением радиационного трения (падение параметра  $\epsilon \tilde{N} R_m / V$  на рис. 4.17, з), в результате чего растёт поток массы в ПС (апвеллинг был слаб и практически не менялся, рис. 4.17, з). Дальнейшее усиление аномалии ТПО (после 17/05) происходило на фоне ослабления ТЦ и небольшого усиления радиационного трения. Это охлаждение можно объяснить, во-первых, уменьшением безразмерной скорости перемещения ТЦ с 5 до практически 1 и небольшим увеличением апвеллинга (рис. 4.17, з). Уменьшение  $V/(fR_m)$  почти в пять раз произошло вследствие замедления циклона (рис. 4.17, ж), увеличения его размера и параметра Кориолиса (рис. 4.15, б). Во-вторых, охлаждению поверхности на 4,5 °С явно способствовало исчезновение толстого изотермического слоя у поверхности океана (рис. 4.17, г).

В отличие от двух рассмотренных случаев, ТЦ Blas и Coulik движутся практически в зональном направлении (рис. 4.16), так что влияние параметра Кориолиса на динамику, которая вызывает наблюдаемую термическую реакцию, можно считать незначительным. Усиление аномалии ТПО, вызванной ТЦ Blas (рис. 4.18, а), до 06/07 можно объяснить увеличением скорости ветра в циклоне (рис. 4.18, д) и падением интенсивности радиационного трения (рис. 4.18, е), которые привели к увеличению потока массы в ПС и апвеллинга

(рис. 4.18, е). Последующее охлаждение не связано с интенсивностью циклона, поскольку максимальная скорость ветра с 06/07 до 08/07 уменьшилась. Этому охлаждению способствовало уменьшение безразмерной скорости ТЦ с примерно 5 до 2,5 (рис. 4.18, е), связанное с замедлением циклона (рис. 4.18, д), которое повлияло на увеличение потока массы в ПС (интенсивность апвеллинга на этом интервале практически не менялась). Влияние радиационного трения на этом участке траектории было незначительным из-за примерно постоянного значения параметра  $\varepsilon \tilde{N} R_m / V$  (рис. 4.18, е). Ослабление аномалии ТПО после 08/07 является следствием ослабления циклона, с которым связано падение интенсивности течений ПС и апвеллинга, и ослабления градиента температуры в сезонном термоклине (рис. 4.18, б).

Наконец, охлаждение поверхности океана на более чем 6 °C, возникшее в результате прохождения ТЦ Soulik (рис. 4.18, в), связано в первую очередь с увеличением скорости ветра в циклоне (рис. 4.18, ж), которое привело к усилению апвеллинга и потока массы в ПС. Увеличение скорости радиационного трения с 0,4 до 0,7 (рис. 4.18, з) оказало незначительное влияние на поток массы. Нельзя не заметить локальный подъем и усиление термоклина в интервале с 09/07 до 12/07. Чтобы понять насколько эта особенность стратификации важна для наблюданной аномалии ТПО, мы провели дополнительный модельный расчёт, в котором профили температуры и солёности после 09/07 не меняются (совпадают с профилями в этот момент времени). Этот расчёт показывает, что локальный подъём термоклина критически важен для описания наблюданного охлаждения, так как благодаря ему происходит интенсификация апвеллинга (см. красные линии на рис. 4.18, в, з).

**4.4.7 Ограничения модели.** Положительной стороной модели является учёт фундаментальных механизмов реакции океана на прохождение ТЦ: бароклинная и баротропная реакция, заглубление верхнего ПС и его охлаждение. Кроме того модель имеет малое число подгоночных параметров (два параметра). Тем не менее, она имеет ряд недостатков, которые ограничивают область её применимости.

Первое ограничение связано с линейностью уравнений движения, на которых основана модель. В случае медленно перемещающихся ТЦ, влияние нелинейных членов, описывающих горизонтальную адvection, может оказаться существенным. Наиболее характерным примером непригодности линейных

уравнений является сильный апвеллинг, на который мы обратили внимание в пункте 4.4.5. Близость относительного смещения нижней границы сезонного пикноклина к единице (параметр  $\delta D/d_1$ ) означает, что весь слой пикноклина, имевший, например, начальную толщину 200 м сжимается до слоя толщиной 20 м. При возрастающем влиянии нелинейных членов, т.е. при большом значении горизонтальных скоростей течения, пренебрегать горизонтальной аддекцией в уравнении (3.1) нельзя.

Рассмотрение стационарной реакции океана в системе координат, движущейся с ТЦ со скоростью  $V$  над поверхностью моря, означает непригодность модели для случая неподвижных ТЦ, т.к. все решения имеют сомножитель  $V^{-1}$ , который в пределе  $V \rightarrow 0$  делает решение нефизичным.

В пункте 1.3.3 было показано, что альтиметрические измерения можно также воспроизвести тремя бароклиническими модами при использовании коэффициента сопротивления [91]. Однако, рассмотрение большего числа бароклинических мод при расчёте вертикальных скоростей и апвеллинга может привести к некорректным результатам. Уравнения модели [59] были выведены для условий, в которых толщина ПС достаточно мала по сравнению с вертикальным масштабом собственных функций вертикальной скорости в сезонном пикноклине, что позволило отделить динамику бароклинических мод и от динамики ПС. С увеличением номера моды увеличивается соответствующее ей волновое число в сезонном пикноклине (уменьшается масштаб), что делает предположение малости ПС по сравнению с вертикальным масштабом моды неоправданным.

Вследствие того, что океан в модели предполагается горизонтально однородным, применение модели может также оказаться затруднительным в районах с сильно меняющейся стратификацией в горизонтальном направлении (например, вблизи берегов).

Несмотря на эти ограничения, модель по-прежнему применима в достаточно широком диапазоне условий открытого океана и параметров ТЦ, что заметно, в частности, по количеству точек, попадающих в диапазон  $\delta D/d_1 < 0,6$  на рис. 4.13.

## 4.5 Выводы к Разделу 4

В этом разделе были получены следующие результаты:

- 1) Согласно методу размерности масштабом толщины ПС является имеющая размерность длины комбинация потока массы в ПС и перепада плавучести на нижней границе этого слоя, что эквивалентно гипотезе о равенстве глобального числа Ричардсона критическому значению. Из применения метода размерности к максимальному модулю потока массы в ПС следует, что толщина ПС, нормированная на классический масштаб, составленный из скорости трения параметра Кориолиса и частоты плавучести, является универсальной функцией безразмерной скорости перемещения ТЦ и скорости радиационного затухания дрейфовых течений в ПС, вызванного излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана.
- 2) Построена модель максимального модуля потока массы в ПС, создаваемого движущимся ТЦ, в которой учитываются влияние силы Кориолиса, ветровых напряжений и радиационного трения. Модель основана на аппроксимации численного решения дифференциального уравнения для потока массы с использованием автомодельных переменных.
- 3) Получено экспериментальное подтверждение автомодельности толщины ПС по безразмерной скорости перемещения ТЦ, скорости радиационного трения и интенсивности апвеллинга.
- 4) Построена модель толщины ПС, функциональная зависимость которой от безразмерной скорости перемещения ТЦ и скорости радиационного трения задаётся с помощью автомодельного решения уравнения, описывающего динамику дрейфовых течений, вызванных ТЦ. Найденные значения критического числа Ричардсона ( $Ri_{cr}$ ) и параметра, контролирующего скорость радиационного трения ( $\varepsilon$ ), равны  $0,85$  и  $7,6 \cdot 10^{-3}$ , соответственно
- 5) Оценки вызванных прохождением циклонов минимальных аномалий ТПО, которые были рассчитаны с помощью построенной модели ПС, хорошо согласуются с данными наблюдений спутниковых радиометров: нормированное смещение составляет  $2,1\%$ , коэффициент корреляции равен  $0,76$ , а среднеквадратичная ошибка, равная  $1^{\circ}\text{C}$ , сопоставима с ошибками измерений радиометров в условиях прохождения ТЦ. Аномалии температуры, рассчитанные с помощью построенной модели толщины ПС, по коэффициенту корреляции и индексу рассеяния сопоставимы, а по стандартному отклонению и нормированному

смещению превосходят аналогичные оценки, полученные с помощью параметризаций и моделей, взятых из других работ.

6) Настроенная модель бароклинного отклика океана и построенная модель толщины верхнего ПС были объединены в трёхмерной модели динамической и термической реакции океана, которая после соответствующей настройки констант была применена для детального анализа вклада различных механизмов в наблюдаемое охлаждение поверхности океана, вызванное четырьмя ТЦ в разных районах Мирового океана. Интенсивность охлаждения, предсказанная моделью, хорошо согласуется с наблюдениями, в то время как геометрические характеристики термического следа воспроизводятся на удовлетворительном уровне.

Материалы Раздела 4 опубликованы в работах [90, 168].

## ЗАКЛЮЧЕНИЕ

Диссертационная работа посвящена исследованию реакции океана на прохождение тропических циклонов с помощью анализа данных наблюдений и математического моделирования. Основные результаты работы состоят в следующем:

- 1) Сформирована база данных, включающая информацию о параметрах 417 ТЦ, существовавших в северной и южной Атлантике, северной и южной частях Индийского океана, а также в западной и восточной частях Тихого океана в период с 2010 по 2020 гг. База данных также включает информацию о спутниковых измерениях ТПО и стратификации океана вдоль траекторий указанных ТЦ.
- 2) Модель бароклинной реакции океана на прохождение ТЦ была применена для моделирования аномалий ВПО, измеряемых спутниковыми альтиметрами в следах циклонов. По результатам моделирования аномалий ВПО получено, что для воспроизведения аномалий уровня моря необходимо рассматривать как минимум две бароклины моды и коэффициент сопротивления морской поверхности, находящийся в пределах от  $2,0 \cdot 10^{-3}$  до  $1,5 \cdot 10^{-3}$  при скоростях ветра, характерных для тропических циклонов.
- 3) В результате применения настроенной модели бароклинной реакции океана совместно с моделью дрейфовых течений для интерпретации доплеровской скорости поверхности, измеряемой спутниковыми РСА, было установлено, что в окрестности глаза ТЦ возникает диполь доплеровской скорости, который в равной степени формируется как поверхностными течениями, так и волнами, создаваемыми ТЦ. В следе циклона поле доплеровской скорости полностью определяется поверхностными течениями, имеющими характер инерционных колебаний.
- 4) На основе спутниковых измерений ТПО выполнены оценки аномалий ТПО и проведено восстановление толщины ПС в следах ТЦ, существовавших в разных районах Мирового океана. Получены общие зависимости аномалий ТПО от характеристик ТЦ и стратификации океана, согласующиеся с результатами работ других авторов.
- 5) Построена и верифицирована модель толщины ПС, формируемого под воздействием ТЦ, которая устанавливает зависимость толщины от параметров

циклонов и стратификации в океане в автомодельных переменных. Согласно модели толщины ПС, нормированная на максимальную скорость ветра в циклоне, параметр Кориолиса и частоту плавучести в соответствующих степенях, является функцией безразмерной скорость перемещения ТЦ, скорости радиационного затухания дрейфовых течений в ПС, вызванного излучением коротких внутренних волн из ПС вглубь океана, и параметра интенсивности апвеллинга. Предложенная модель толщины ПС была применена для расчета охлаждения поверхности океана, возникающего при прохождении циклона. Рассчитанные аномалии хорошо согласуются с аномалиями ТПО, полученными по данным спутниковых радиометров, в следах циклонов, наблюдавшихся в Мировом океане в период с 2010 по 2020 гг. По коэффициенту корреляции и индексу рассеяния качество аномалий ТПО, полученных по построенной модели толщины ПС, сопоставимо, а по нормированному смещению и стандартному отклонению превосходит качество аномалий температуры, полученных с помощью моделей и параметризаций, предложенных другими авторами.

6) С помощью трёхмерной модели динамической и термической реакции океана на прохождение ТЦ, объединяющей настроенную модель бароклинического отклика океана и построенную модель толщины верхнего ПС, проведено моделирование полей аномалии ТПО, вызванной прохождением четырёх ТЦ, которое позволило детально проанализировать вклад различных механизмов в наблюдаемое охлаждение поверхности океана. Интенсивность охлаждения, предсказанная моделью, хорошо согласуется с наблюдениями, в то время как геометрические характеристики термического следа воспроизводятся на удовлетворительном уровне.

## СПИСОК СОКРАЩЕНИЙ И УСЛОВНЫХ ОБОЗНАЧЕНИЙ

ВПО — высота поверхности океана

ПС — перемешанный слой

РСА — радар с синтезированной апертурой

ТПО — температура поверхности океана

ТЦ — тропический циклон

УЭПР — удельная эффективная площадь рассеяния

CDOP — модель геофизическая модельная функция для расчёта доплеровской скорости поверхности моря

DV — doppler velocity (доплеровская скорость)

SWH — significant wave height (высота значительных волн)

TC-DOP — комплекс моделей ветра, волн, течений и радиофизической модели для расчёта доплеровской скорости поверхности моря в тропических циклонах

TCW-GMF — tropical cyclone wave geophysical model function (геофизическая модельная функция для расчёта полей высот ветровых волн и зыби в тропических циклонах)

## СПИСОК ЛИТЕРАТУРЫ

1. Bister, M. Dissipative Heating and Hurricane Intensity / M. Bister, K. A. Emanuel // Meteorology and Atmospheric Physics. — 1998. — Vol. 65, № 3/4. — P. 233—240. — DOI: 10.1007/BF01030791.
2. Emanuel, K. Ocean-Interaction Effects on Tropical Cyclones / K. Emanuel // Seminar on Atmosphere-surface Interaction, 8-12 September 1997. — Shinfield Park, Reading : ECMWF, 1998. — P. 139—150.
3. Emanuel, K. 100 Years of Progress in Tropical Cyclone Research / K. Emanuel // Meteorological Monographs. — 2018. — Vol. 59. — P. 15.1—15.68. — DOI: 10.1175/AMSMONOGRAPHSD-18-0016.1.
4. Emanuel, K. A. Thermodynamic Control of Hurricane Intensity / K. A. Emanuel // Nature. — 1999. — Vol. 401, № 6754. — P. 665—669. — DOI: 10.1038/44326.
5. Demaria, M. Sea Surface Temperature and the Maximum Intensity of Atlantic Tropical Cyclones / M. Demaria, J. Kaplan // Journal of Climate. — 1994. — Vol. 7, № 9. — P. 1324—1334. — DOI: 10.1175/1520-0442(1994)007<1324:SSTATM>2.0.CO;2.
6. An Ocean Coupling Potential Intensity Index for Tropical Cyclones / I. Lin [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2013. — Vol. 40, № 9. — P. 1878—1882. — DOI: 10.1002/grl.50091.
7. Dynamic Potential Intensity: an Improved Representation of the Ocean's Impact on Tropical Cyclones / K. Balaguru [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2015. — Vol. 42, № 16. — P. 6739—6746. — DOI: 10.1002/2015GL064822.
8. Improvements in Typhoon Intensity Change Classification by Incorporating an Ocean Coupling Potential Intensity Index into Decision Trees / S. Gao [et al.] // Weather and Forecasting. — 2016. — Vol. 31, № 1. — P. 95—106. — DOI: 10.1175/WAF-D-15-0062.1.

9. Miyamoto, Y. An Analytical Model of Maximum Potential Intensity for Tropical Cyclones Incorporating the Effect of Ocean Mixing / Y. Miyamoto, G. H. Bryan, R. Rotunno // Geophysical Research Letters. — 2017. — Vol. 44, № 11. — P. 5826—5835. — DOI: 10.1002/2017GL073670.
10. Kim, S.-H. Statistical–Dynamical Typhoon Intensity Predictions in the Western North Pacific Using Track Pattern Clustering and Ocean Coupling Predictors / S.-H. Kim, I.-J. Moon, P.-S. Chu // Weather and Forecasting. — 2018. — Vol. 33, № 1. — P. 347—365. — DOI: 10.1175/WAF-D-17-0082.1.
11. Хайн, А. Тропические циклоны и их взаимодействие с океаном / А. Хайн, Г. Сутырин. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1983. — 272 с.
12. Ginis, I. Tropical Cyclone-Ocean Interactions / I. Ginis // Atmosphere-ocean Interactions. T. 1 / под ред. W. Perrie. — WIT Press, 2002. — C. 83—114. — (Advances in Fluid Mechanics ; 33).
13. Ocean Feedback to Tropical Cyclones: Climatology and Processes / S. Julian [et al.] // Climate Dynamics. — 2014. — Vol. 43, № 9/10. — P. 2831—2854. — DOI: 10.1007/s00382-014-2096-6.
14. Li, H. Impact of Air-Sea coupling on the Simulated Global Tropical Cyclone Activity in the High-Resolution Community Earth System Model (CESM) / H. Li, R. L. Srivatava // Climate Dynamics. — 2019. — Vol. 53, № 7/8. — P. 3731—3750. — DOI: 10.1007/s00382-019-04739-8.
15. Korty, R. L. Tropical Cyclone–Induced Upper-Ocean Mixing and Climate: Application to Equable Climates / R. L. Korty, K. A. Emanuel, J. R. Scott // Journal of Climate. — 2008. — Vol. 21, № 4. — P. 638—654. — DOI: 10.1175/2007JCLI1659.1.
16. Li, H. Impact of Tropical Cyclones on the Global Ocean: Results from Multidecadal Global Ocean Simulations Isolating Tropical Cyclone Forcing / H. Li, R. L. Srivatava // Journal of Climate. — 2018. — Vol. 31, № 21. — P. 8761—8784. — DOI: 10.1175/JCLI-D-18-0221.1.
17. D'Asaro, E. A. The Ocean Boundary Layer below Hurricane Dennis / E. A. D'Asaro // Journal of Physical Oceanography. — 2003. — Vol. 33, № 3. — P. 561—579. — DOI: 10.1175 / 1520-0485(2003 ) 033<0561:TOBLBH>2.0.CO;2.

18. On the Vertical Structure of Wind-Driven Sea Currents / V. Kudryavtsev [et al.] // Journal of Physical Oceanography. — 2008. — Vol. 38, № 10. — P. 2121—2144. — DOI: 10.1175/2008JPO3883.1.
19. Bowyer, P. J. The Theory of Trapped-Fetch Waves with Tropical Cyclones – An Operational Perspective / P. J. Bowyer, A. W. MacAfee // Weather and Forecasting. — Boston MA, USA, 2005. — Vol. 20, № 3. — P. 229—244. — DOI: 10.1175/WAF849.1.
20. Badulin, S. I. Ocean Swell within the Kinetic Equation for Water Waves / S. I. Badulin, V. E. Zakharov // Nonlinear Processes in Geophysics. — 2017. — Vol. 24, № 2. — P. 237—253. — DOI: 10.5194/npg-24-237-2017.
21. Гилл, А. Динамика атмосферы и океана. Т. 1 / А. Гилл. — М. : Мир, 1986. — 396 с.
22. Price, J. F. Internal Wave Wake of a Moving Storm. Part I. Scales, Energy Budget and Observations / J. F. Price // Journal of Physical Oceanography. — 1983. — Vol. 13, № 6. — P. 949—965. — DOI: 10.1175/1520-0485(1983)013<0949:IWWOAM>2.0.CO;2.
23. Orlanski, I. Ocean Response to Mesoscale Atmospheric Forcing / I. Orlanski, L. J. Polinsky // Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography. — 1983. — Vol. 35, № 4. — P. 296—323. — DOI: 10.3402/tellusa.v35i4.11441.
24. Shay, L. K. Vertical Structure of the Ocean Current Response to a Hurricane / L. K. Shay, R. L. Elsberry, P. G. Black // Journal of Physical Oceanography. — 1989. — Vol. 19, № 5. — P. 649—669. — DOI: 10.1175/1520-0485(1989)019<0649:VSOTOC>2.0.CO;2.
25. Dotsenko, S. Generation of Spatial Internal Waves in a Rotating Ocean by Moving Non-stationary Disturbances / S. Dotsenko, V. Savoskin // Soviet Journal of Physical Oceanography. — 1992. — Vol. 3, № 4. — P. 267—275.
26. Geisler, J. E. Linear Theory of the Response of a Two Layer Ocean to a Moving Hurricane / J. E. Geisler // Geophysical Fluid Dynamics. — 1970. — Vol. 1, № 1/2. — P. 249—272. — DOI: 10.1080/03091927009365774.
27. Suzuki, S.-i. The Mechanism of Upper-Oceanic Vertical Motions Forced by a Moving Typhoon / S.-i. Suzuki, H. Niino, R. Kimura // Fluid Dynamics Research. — 2011. — Vol. 43, № 2. — P. 025504. — DOI: 10.1088/0169-5983/43/2/025504.

28. Longuet-Higgins, M. The Response of a Stratified Ocean to Stationary or Moving Wind-Systems / M. Longuet-Higgins // Deep Sea Research and Oceanographic Abstracts. — 1965. — Vol. 12, № 6. — P. 923—973. — DOI: 10.1016/0011-7471(65)90814-4.
29. Григоркина, Р. Воздействие тайфунов на океан / Р. Григоркина, Б. Фукс. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1986. — 246 с.
30. Ginis, I. Ocean Response to Tropical Cyclones / I. Ginis // Global Perspectives on Tropical Cyclones. — 1995. — C. 198—260.
31. Highly Resolved Observations and Simulations of the Ocean Response to a Hurricane / T. B. Sanford [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2007. — Vol. 34, № 13. — DOI: 10.1029/2007GL029679.
32. Cold Wake of Hurricane Frances / E. A. D'Asaro [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2007. — Vol. 34, № 15. — DOI: 10.1029/2007GL030160.
33. Black, W. J. Observations and Analyses of Upper Ocean Responses to Tropical Storms and Hurricanes in the Vicinity of Bermuda / W. J. Black, T. D. Dickey // Journal of Geophysical Research. — 2008. — Vol. 113, № C8. — P. C08009. — DOI: 10.1029/2007JC004358.
34. Huang, P. Heat and Turbulent Kinetic Energy Budgets for Surface Layer Cooling Induced by the Passage of Hurricane Frances (2004) / P. Huang, T. B. Sanford, J. Imberger // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2009. — Vol. 114, № C12. — DOI: 10.1029/2009JC005603.
35. Upper Ocean Response to Typhoon Kalmaegi (2014) / H. Zhang [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2016. — Vol. 121, № 8. — P. 6520—6535. — DOI: 10.1002/2016JC012064.
36. Potter, H. Upper Ocean Cooling and Air-Sea Fluxes under Typhoons: a Case Study / H. Potter, W. M. Drennan, H. C. Graber // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2017. — Vol. 122, № 9. — P. 7237—7252. — DOI: 10.1002/2017JC012954.
37. Response of the Salinity-Stratified Bay of Bengal to Cyclone Phailin / D. Chaudhuri [et al.] // Journal of Physical Oceanography. — 2019. — Vol. 49, № 5. — P. 1121—1140. — DOI: 10.1175/JPO-D-18-0051.1.

38. Ocean Response to Typhoons in the Western North Pacific: Composite results from Argo data / S. Lin [et al.] // Deep Sea Research Part I: Oceanographic Research Papers. — 2017. — Vol. 123. — P. 62—74. — DOI: 10.1016/j.dsr.2017.03.007.
39. Sanabia, E. R. Ocean Observations Under Two Major Hurricanes: Evolution of the Response Across the Storm Wakes / E. R. Sanabia, S. R. Jayne // AGU Advances. — 2020. — Vol. 1, № 3. — DOI: 10.1029/2019AV000161.
40. Ocean Currents Show Global Intensification of Weak Tropical Cyclones / G. Wang [et al.] // Nature. — 2022. — Vol. 611, № 7936. — P. 496—500. — DOI: 10.1038/s41586-022-05326-4.
41. Lin, I.-I. Upper-Ocean Thermal Structure and the Western North Pacific Category 5 Typhoons. Part II: Dependence on Translation Speed / I.-I. Lin, I.-F. Pun, C.-C. Wu // Monthly Weather Review. — 2009. — Vol. 137, № 11. — P. 3744—3757. — DOI: 10.1175/2009MWR2713.1.
42. Lloyd, I. D. Observational Evidence for Oceanic Controls on Hurricane Intensity / I. D. Lloyd, G. A. Vecchi // Journal of Climate. — 2011. — Vol. 24, № 4. — P. 1138—1153. — DOI: 10.1175/2010JCLI3763.1.
43. Dare, R. A. Sea Surface Temperature Response to Tropical Cyclones / R. A. Dare, J. L. McBride // Monthly Weather Review. — 2011. — Vol. 139, № 12. — P. 3798—3808. — DOI: 10.1175/MWR-D-10-05019.1.
44. Mei, W. The Effect of Translation Speed upon the Intensity of Tropical Cyclones over the Tropical Ocean / W. Mei, C. Pasquero, F. Primeau // Geophysical Research Letters. — 2012. — Vol. 39, № 7. — 2011GL050765. — DOI: 10.1029/2011GL050765.
45. Processes Setting the Characteristics of Sea Surface Cooling Induced by Tropical Cyclones / E. M. Vincent [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2012. — Vol. 117, № C2. — DOI: 10.1029/2011JC007396.
46. Upper Oceanic Energy Response to Tropical Cyclone Passage / J. A. Knaff [et al.] // Journal of Climate. — 2013. — Vol. 26, № 8. — P. 2631—2650. — DOI: 10.1175/JCLI-D-12-00038.1.

47. Mei, W. Spatial and Temporal Characterization of Sea Surface Temperature Response to Tropical Cyclones / W. Mei, C. Pasquero // Journal of Climate. — 2013. — Vol. 26, № 11. — P. 3745—3765. — DOI: 10.1175/JCLI-D-12-00125.1.
48. Statistical Characterization of the Observed Cold Wake Induced by North Atlantic Hurricanes / K. Haakman [et al.] // Remote Sensing. — 2019. — Vol. 11, № 20. — P. 2368. — DOI: 10.3390/rs11202368.
49. Satellite Observations of the Sea Surface Salinity Response to Tropical Cyclones / N. Reul [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2021. — Vol. 48, № 1. — DOI: 10.1029/2020GL091478.
50. Sun, J. Sea Surface Salinity Response to Tropical Cyclones Based on Satellite Observations / J. Sun, G. Vecchi, B. Soden // Remote Sensing. — 2021. — Vol. 13, № 3. — P. 420. — DOI: 10.3390/rs13030420.
51. Effect of Storm Size on Sea Surface Cooling and Tropical Cyclone Intensification in the Western North Pacific / Y. Liu [et al.] // Journal of Climate. — 2023. — Vol. 36, № 20. — P. 7277—7296. — DOI: 10.1175/JCLI-D-22-0949.1.
52. Bender, M. A. Numerical Simulations of Tropical Cyclone-Ocean Interaction with a High-Resolution Coupled Model / M. A. Bender, I. Ginis, Y. Kurihara // Journal of Geophysical Research. — 1993. — Vol. 98, № D12. — P. 23245. — DOI: 10.1029/93JD02370.
53. Price, J. F. Forced Stage Response to a Moving Hurricane / J. F. Price, T. B. Sanford, G. Z. Forristall // Journal of Physical Oceanography. — 1994. — Vol. 24, № 2. — P. 233—260. — DOI: 10.1175/1520-0485(1994)024<0233:FSRTAM>2.0.CO;2.
54. Li, S. Air-Sea Interaction Processes during Hurricane Sandy: Coupled WRF-FVCOM Model Simulations / S. Li, C. Chen // Progress in Oceanography. — 2022. — Vol. 206. — P. 102855. — DOI: 10.1016/j.pocean.2022.102855.
55. Pollard, R. T. The Deepening of the Wind-Mixed Layer / R. T. Pollard, P. B. Rhines, R. O. R. Y. Thompson // Geophysical Fluid Dynamics. — 1973. — Vol. 4, № 4. — P. 381—404. — DOI: 10.1080/03091927208236105.

56. Price, J. F. Upper Ocean Response to a Hurricane / J. F. Price // Journal of Physical Oceanography. — 1981. — Vol. 11, № 2. — P. 153—175. — DOI: 10.1175/1520-0485(1981)011<0153:UORTAH>2.0.CO;2.
57. Price, J. F. Diurnal Cycling: Observations and Models of the Upper Ocean Response to Diurnal Heating, Cooling, and Wind Mixing / J. F. Price, R. A. Weller, R. Pinkel // Journal of Geophysical Research. — 1986. — Vol. 91, № C7. — P. 8411. — DOI: 10.1029/JC091iC07p08411.
58. Parameterizing Sea Surface Temperature Cooling Induced by Tropical Cyclones: 1. Theory and An Application to Typhoon Matsa (2005) / X. Liu [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2019. — Vol. 124, № 2. — P. 1215—1231. — DOI: 10.1029/2018JC014117.
59. A Simplified Model for the Baroclinic and Barotropic Ocean Response to Moving Tropical Cyclones: 2. Model and Simulations / V. Kudryavtsev [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2019. — Vol. 124, № 5. — P. 3462—3485. — DOI: 10.1029/2018JC014747.
60. A Simplified Model for the Baroclinic and Barotropic Ocean Response to Moving Tropical Cyclones: 1. Satellite Observations / V. Kudryavtsev [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2019. — Vol. 124, № 5. — P. 3446—3461. — DOI: 10.1029/2018JC014746.
61. Oey, L. A Simple Model of Sea-Surface Cooling under a Tropical Cyclone / L. Oey // Journal of Marine Science and Engineering. — 2023. — Vol. 11, № 2. — P. 397. — DOI: 10.3390/jmse11020397.
62. Assessing the Oceanic Control on the Amplitude of Sea Surface Cooling Induced by Tropical Cyclones / E. M. Vincent [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2012. — Vol. 117, № C5. — DOI: 10.1029/2011JC007705.
63. Wei, J. Parameterizing Sea Surface Temperature Cooling Induced by Tropical Cyclones Using a Multivariate Linear Regression Model / J. Wei, X. Liu, G. Jiang // Acta Oceanologica Sinica. — 2018. — Vol. 37, № 1. — P. 1—10. — DOI: 10.1007/s13131-018-1153-0.
64. Price, J. F. Metrics of Hurricane-Ocean Interaction: Vertically-Integrated or Vertically-Averaged Ocean Temperature? / J. F. Price // Ocean Science. — 2009. — Vol. 5, № 3. — P. 351—368. — DOI: 10.5194/os-5-351-2009.

65. Chavas, D. R. A Model for the Complete Radial Structure of the Tropical Cyclone Wind Field. Part I: Comparison with Observed Structure / D. R. Chavas, N. Lin, K. Emanuel // Journal of the Atmospheric Sciences. — 2015. — Vol. 72, № 9. — P. 3647—3662. — DOI: 10.1175/JAS-D-15-0014.1.
66. On the Use of Doppler Shift for Sea Surface Wind Retrieval From SAR / A. A. Mouche [и др.] // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. — 2012. — T. 50, № 7. — C. 2901—2909. — DOI: 10.1109/TGRS.2011.2174998.
67. Nilsson, J. Energy Flux from Traveling Hurricanes to the Oceanic Internal Wave Field / J. Nilsson // Journal of Physical Oceanography. — 1995. — Vol. 25, № 4. — P. 558—573. — DOI: olbers.
68. Гилл, А. Динамика атмосферы и океана. Т. 2 / А. Гилл. — М. : Мир, 1986. — 415 с.
69. Shay, L. K. Free Surface Effects on the Near-Inertial Ocean Current Response to a Hurricane: A Revisit / L. K. Shay, S. W. Chang // Journal of Physical Oceanography. — 1997. — Vol. 27, № 1. — P. 23—39. — DOI: 10.1175/1520-0485(1997)027<0023:FSEOTN>2.0.CO;2.
70. Kelly, S. M. The Vertical Mode Decomposition of Surface and Internal Tides in the Presence of a Free Surface and Arbitrary Topography / S. M. Kelly // Journal of Physical Oceanography. — 2016. — Vol. 46, № 12. — P. 3777—3788. — DOI: 10.1175/JPO-D-16-0131.1.
71. Черкесов, Л. Поверхностные и внутренние волны / Л. Черкесов. — Киев : Наукова думка, 1973. — 259 с.
72. Черкесов, Л. Гидродинамика волн / Л. Черкесов. — Киев : Наукова думка, 1980. — 248 с.
73. Chan, J. C. The Physics of Tropical Cyclone Motion / J. C. Chan // Annual Review of Fluid Mechanics. — 2005. — Vol. 37, № 1. — P. 99—128. — DOI: 10.1146/annurev.fluid.37.061903.175702.
74. Why Do Eastern North Pacific Hurricanes Intensify More and Faster than Their Western-Counterpart Typhoons with Less Ocean Energy? / I.-J. Moon [et al.] // Bulletin of the American Meteorological Society. — 2022. — Vol. 103, № 11. — E2604—E2627. — DOI: 10.1175/BAMS-D-21-0131.1.

75. Sharkov, E. A. Global Tropical Cyclogenesis / E. A. Sharkov. — Berlin, Heidelberg : Springer Berlin Heidelberg, 2012. — 638 p. — DOI: 10.1007/978-3-642-13296-4.
76. The International Best Track Archive for Climate Stewardship (IBTrACS): Unifying Tropical Cyclone Data / K. R. Knapp [et al.] // Bulletin of the American Meteorological Society. — Boston MA, USA, 2010. — Vol. 91, № 3. — P. 363—376. — DOI: 10.1175/2009BAMS2755.1.
77. International Best Track Archive for Climate Stewardship (IBTrACS) Project, Version 4. Subset: IBTrACS.ALL.v04r00. NOAA National Centers for Environmental Information / J. Gahtan [et al.]. — 2024. — DOI: 10.25921/82ty-9e16.
78. Piolle, J. Ifremer / CERSAT. 2023. Atlas of Multi-Source Earth Observations over Tropical Cyclones for the Time Period 2010-2020 (v1.0) for ESA Marine Atmosphere Extreme Satellite Synergy Project (MAXSS). Ver. 1.0. Ifremer, Plouzane, France. / J. Piolle, N. Reul, C. De Boyer. — 2023. — DOI: 10.12770/6c56bcde-050f-42eb-92b8-8e882e1f4db9.
79. Kolodziejczyk, N. ISAS Temperature, Salinity, Dissolved Oxygen Gridded Fields / N. Kolodziejczyk, A. Prigent-Mazella, F. Gaillard. — 2023. — DOI: 10.17882/52367.
80. McDougall, T. J. Getting Started with TEOS-10 and the Gibbs Seawater (GSW) Oceanographic Toolbox / T. J. McDougall, P. M. Barker. — Battery Point, Tas. : Trevor J McDougall, 2011. — 28 p.
81. Combot, C. Mixing and Sea Surface Anomalies in the Inertial Wake of Tropical Cyclones: Processes and Contribution of Microwave Satellite Data : PhD thesis / Combot Clement. — Université de Bretagne occidentale - Brest, 2023.
82. Chavas, D. R. A Simple Model for Predicting the Tropical Cyclone Radius of Maximum Wind from Outer Size / D. R. Chavas, J. A. Knaff // Weather and Forecasting. — 2022. — Vol. 37, № 5. — P. 563—579. — DOI: 10.1175/WAF-D-21-0103.1.

83. Reexamining the Estimation of Tropical Cyclone Radius of Maximum Wind from Outer Size with an Extensive Synthetic Aperture Radar Dataset / A. Avenas [et al.] // *Monthly Weather Review*. — 2023. — Vol. 151, № 12. — P. 3169—3189. — DOI: 10.1175/MWR-D-23-0119.1.
84. Extensive High-Resolution Synthetic Aperture Radar (SAR) Data Analysis of Tropical Cyclones: Comparisons with SFMR Flights and Best Track / C. Combot [et al.] // *Monthly Weather Review*. — 2020. — Vol. 148, № 11. — P. 4545—4563. — DOI: 10.1175/MWR-D-20-0005.1.
85. Chavas, D. R. A Model for the Complete Radial Structure of the Tropical Cyclone Wind Field. Part II: Wind Field Variability / D. R. Chavas, N. Lin // *Journal of the Atmospheric Sciences*. — 2016. — Vol. 73, № 8. — P. 3093—3113. — DOI: 10.1175/JAS-D-15-0185.1.
86. Ginis, I. Hurricane-Generated Depth-Averaged Currents and Sea Surface Elevation / I. Ginis, G. Sutyrin // *Journal of Physical Oceanography*. — 1995. — Vol. 25, № 6. — P. 1218—1242. — DOI: 10.1175/1520-0485(1995)025<1218:HGDACA>2.0.CO;2.
87. Toward Comprehensive Understanding of Air-Sea Interactions under Tropical Cyclones: on the Importance of High Resolution and Multi-Modal Observations / C. Combot [et al.] // *Geophysical Research Letters*. — 2024. — Vol. 51, № 19. — e2024GL110637. — DOI: 10.1029/2024GL110637.
88. Sea Surface Height Response to Tropical Cyclone From Satellite Altimeter Observations and SAR Estimates / B. Zhang [et al.] // *IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing*. — 2024. — Vol. 62. — P. 1—9. — DOI: 10.1109/TGRS.2024.3371168.
89. Doi, T. Equivalent Forcing Depth in Tropical Oceans / T. Doi, T. Tozuka, T. Yamagata // *Dynamics of Atmospheres and Oceans*. — 2010. — Vol. 50, № 3. — P. 415—423. — DOI: 10.1016/j.dynatmoce.2010.03.001.
90. Kudryavtsev, V. N. Mixed Layer Depth Parameterization and Ocean Surface Cooling Induced by Tropical Cyclones / V. N. Kudryavtsev, P. D. Pivaev // *Ocean Modelling*. — 2025. — Vol. 195. — P. 102514. — DOI: 10.1016/j.ocemod.2025.102514.

91. The Air-Sea Interface and Surface Stress under Tropical Cyclones / A. V. Soloviev [et al.] // *Scientific Reports.* — 2014. — Vol. 4, № 1. — P. 5306. — DOI: 10.1038/srep05306.
92. On the Exchange of Momentum over the Open Ocean / J. B. Edson [et al.] // *Journal of Physical Oceanography.* — 2013. — Vol. 43, № 8. — P. 1589—1610. — DOI: 10.1175/JPO-D-12-0173.1.
93. Shay, L. K. Free Surface Effects on the Near-Inertial Ocean Current Response to a Hurricane / L. K. Shay, S. W. Chang, R. L. Elsberry // *Journal of Physical Oceanography.* — 1990. — Vol. 20, № 9. — P. 1405—1424. — DOI: 10.1175/1520-0485(1990)020<1405:FSEOTN>2.0.CO;2.
94. On the Limiting Aerodynamic Roughness of the Ocean in Very Strong Winds / M. A. Donelan [et al.] // *Geophysical Research Letters.* — 2004. — Vol. 31, № 18. — 2004GL019460. — DOI: 10.1029/2004GL019460.
95. Strong Correlation Between the Drag Coefficient and the Shape of the Wind Sea Spectrum over a Broad Range of Wind Speeds / N. Takagaki [et al.] // *Geophysical Research Letters.* — 2012. — Vol. 39, № 23. — 2012GL053988. — DOI: 10.1029/2012GL053988.
96. Ye, L. Surface Layer Drag Coefficient at Different Radius Ranges in Tropical Cyclones / L. Ye, Y. Li, Z. Gao // *Atmosphere.* — 2022. — Vol. 13, № 2. — P. 280. — DOI: 10.3390/atmos13020280.
97. Friction Velocity and Aerodynamic Drag Coefficient Retrieval from Sentinel-1 IW Cross-Polarization C-SAR Images under Hurricane Conditions / O. Ermakova [et al.] // *Remote Sensing.* — 2023. — Vol. 15, № 8. — P. 1985. — DOI: 10.3390/rs15081985.
98. Field Observations of Breaking of Dominant Surface Waves / P. Pivaev [et al.] // *Remote Sensing.* — 2021. — Vol. 13, № 16. — P. 3321. — DOI: 10.3390/rs13163321.
99. Pivaev, P. D. On Tropical Cyclone Footprints in Sea Surface / P. D. Pivaev, V. N. Kudryavtsev // *Physical Oceanography.* — 2025. — Vol. 32. — P. 408—426.

100. Firing, E. Observations of Strong Inertial Oscillations after the Passage of Tropical Cyclone Ofa / E. Firing, R.-C. Lien, P. Muller // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 1997. — Vol. 102, № C2. — P. 3317—3322. — DOI: 10.1029/96JC03497.
101. Sanford, T. B. Upper-Ocean Response to Hurricane Frances (2004) Observed by Profiling EM-APEX Floats / T. B. Sanford, J. F. Price, J. B. Girton // Journal of Physical Oceanography. — 2011. — Vol. 41, № 6. — P. 1041—1056. — DOI: 10.1175/2010JPO4313.1.
102. The Feasibility of Ocean Surface Current Measurement Using Pencil-Beam Rotating Scatterometer / Q. Bao [et al.] // IEEE Journal of Selected Topics in Applied Earth Observations and Remote Sensing. — 2015. — Vol. 8, № 7. — P. 3441—3451. — DOI: 10.1109/JSTARS.2015.2414451.
103. SKIM, a Candidate Satellite Mission Exploring Global Ocean Currents and Waves / F. Arduin [et al.] // Frontiers in Marine Science. — 2019. — Vol. 6. — P. 209. — DOI: 10.3389/fmars.2019.00209.
104. The Winds and Currents Mission Concept / E. Rodríguez [et al.] // Frontiers in Marine Science. — 2019. — Vol. 6. — P. 438. — DOI: 10.3389/fmars.2019.00438.
105. Anticipated Capabilities of the ODYSEA Wind and Current Mission Concept to Estimate Wind Work at the Air–Sea Interface / H. Torres [et al.] // Remote Sensing. — 2023. — Vol. 15, № 13. — P. 3337. — DOI: 10.3390/rs15133337.
106. Copolarized and Cross-Polarized SAR Measurements for High-Resolution Description of Major Hurricane Wind Structures: Application to Irma Category 5 Hurricane / A. Mouche [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2019. — Vol. 124, № 6. — P. 3905—3922. — DOI: 10.1029/2019JC015056.
107. A Wind Speed Retrieval Model for Sentinel-1A EW Mode Cross-Polarization Images / Y. Gao [et al.] // Remote Sensing. — 2019. — Vol. 11, № 2. — P. 153. — DOI: 10.3390/rs11020153.
108. Revealing Short-Term Dynamics of Tropical Cyclone Wind Speeds from Satellite Synthetic Aperture Radar / A. Avenas [et al.] // Scientific Reports. — 2024. — Vol. 14, № 1. — DOI: 10.1038/s41598-024-61384-w.

109. Chapron, B. Direct Measurements of Ocean Surface Velocity from Space: Interpretation and Validation / B. Chapron, F. Collard, F. Arduin // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2005. — Vol. 110, № C7. — 2004JC002809. — DOI: 10.1029/2004JC002809.
110. Wind-Wave-Induced Velocity in ATI SAR Ocean Surface Currents: First Experimental Evidence from an Airborne Campaign / A. C. H. Martin [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2016. — Vol. 121, № 3. — P. 1640—1653. — DOI: 10.1002/2015JC011459.
111. Effects of Wave-Induced Doppler Velocity on the Sea Surface Current Measurements by Ka-Band Real-Aperture Radar with Small Incidence Angle / X. Ma [et al.] // Remote Sensing. — 2023. — Vol. 15, № 4. — P. 1127. — DOI: 10.3390/rs15041127.
112. Valenzuela, G. R. Theories for the Interaction of Electromagnetic and Oceanic Waves – A Review / G. R. Valenzuela // Boundary-Layer Meteorology. — 1978. — Vol. 13, № 1—4. — P. 61—85. — DOI: 10.1007/BF00913863.
113. Kanevsky, M. B. Radar Imaging of the Ocean Waves / M. B. Kanevsky. — Elsevier, 2009. — 207 p. — DOI: 10.1016/B978-0-444-53209-1.X0001-9.
114. Tropical Cyclone Signatures in SAR Ocean Radial Doppler Velocity / Y. Y. Yurovsky [et al.] // Remote Sensing of Environment. — 2024. — Vol. 311. — P. 114251. — DOI: 10.1016/j.rse.2024.114251.
115. Sea Surface Ka-Band Doppler Measurements: Analysis and Model Development / Y. Yurovsky [et al.] // Remote Sensing. — 2019. — Vol. 11, № 7. — P. 839. — DOI: 10.3390/rs11070839.
116. Modulation of Ka-Band Doppler Radar Signals Backscattered From the Sea Surface / Y. Y. Yurovsky [et al.] // IEEE Transactions on Geoscience and Remote Sensing. — 2018. — Vol. 56, № 5. — P. 2931—2948. — DOI: 10.1109/TGRS.2017.2787459.
117. Holland, G. J. An Analytic Model of the Wind and Pressure Profiles in Hurricanes / G. J. Holland // Monthly Weather Review. — 1980. — Vol. 108, № 8. — P. 1212—1218. — DOI: 10.1175/1520-0493(1980)108<1212:AAMOTW>2.0.CO;2.

118. Experimental Study of High Wind Sea Surface Drag Coefficient / I. Repina [et al.] // Physical Oceanography. — 2015. — № 1. — DOI: 10.22449/1573-160X-2015-1-49-58.
119. Kudryavtsev, V. Self-Similarity of Surface Wave Developments Under Tropical Cyclones / V. Kudryavtsev, M. Yurovskaya, B. Chapron // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2021. — Vol. 126, № 4. — e2020JC016916. — DOI: 10.1029/2020JC016916.
120. Yurovskaya, M. A Self-Similar Description of the Wave Fields Generated by Tropical Cyclones / M. Yurovskaya, V. Kudryavtsev, B. Chapron // Ocean Modelling. — 2023. — Vol. 183. — P. 102184. — DOI: 10.1016/j.ocemod.2023.102184.
121. Kudryavtsev, V. 2D Parametric Model for Surface Wave Development Under Varying Wind Field in Space and Time / V. Kudryavtsev, M. Yurovskaya, B. Chapron // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2021. — Vol. 126, № 4. — e2020JC016915. — DOI: 10.1029/2020JC016915.
122. Uhlhorn, E. W. Loop Current Mixed Layer Energy Response to Hurricane Lili (2002). Part II: Idealized Numerical Simulations / E. W. Uhlhorn, L. K. Shay // Journal of Physical Oceanography. — 2013. — Vol. 43, № 6. — P. 1173—1192. — DOI: 10.1175/JPO-D-12-0203.1.
123. Dysthe, K. B. Big Waves from Polar Lows? / K. B. Dysthe, A. Harbitz // Tellus A. — 1987. — Vol. 39A, № 5. — P. 500—508. — DOI: 10.1111/j.1600-0870.1987.tb00324.x.
124. Kudryavtsev, V. A Simplified Wave Enhancement Criterion for Moving Extreme Events / V. Kudryavtsev, P. Golubkin, B. Chapron // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2015. — T. 120, № 11. — C. 7538—7558. — DOI: 10.1002/2015JC011284.
125. Engen, G. Sentinel-1 Doppler and Ocean Radial Velocity Algorithm Definition / G. Engen, H. Johnsen // Image. — 2015. — Vol. 19. — P. 62.
126. Hersbach, H. CMOD5.N: A C-Band Geophysical Model Function for Equivalent Neutral Wind / H. Hersbach. — 2008. — DOI: 10.21957/MZCFM6JFL.
127. Mouche, A. Sentinel-1 Ocean Wind Fields (OWI) Algorithm Definition / A. Mouche, P. Vincent, G. Hajduch // Sentinel-1 IPF Reference:(S1-TN-CLS-52-9049) Report. — 2011. — P. 1—75.

128. European Union-Copernicus Marine Service. Global Ocean Physics Reanalysis / European Union-Copernicus Marine Service. — 2018. — DOI: 10.48670/MOI-00021.
129. Net Modulation of Upper Ocean Thermal Structure by Typhoon Kalmaegi (2014) / H. Zhang [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2018. — Vol. 123, № 10. — P. 7154—7171. — DOI: 10.1029/2018JC014119.
130. Zhang, H. Modulation of Upper Ocean Vertical Temperature Structure and Heat Content by a Fast-Moving Tropical Cyclone / H. Zhang // Journal of Physical Oceanography. — Boston MA, USA, 2023. — Vol. 53, № 2. — P. 493—508. — DOI: 10.1175/JPO-D-22-0132.1.
131. The 3D Oceanic Mixed Layer Response to Hurricane Gilbert / S. D. Jacob [et al.] // Journal of Physical Oceanography. — 2000. — Vol. 30, № 6. — P. 1407—1429. — DOI: 10.1175/1520-0485(2000)030<1407:TMOLRT>2.0.CO;2.
132. Jacob, S. D. Effects of Precipitation on the Upper-Ocean Response to a Hurricane / S. D. Jacob, C. J. Koblinsky // Monthly Weather Review. — 2007. — Vol. 135, № 6. — P. 2207—2225. — DOI: 10.1175/MWR3366.1.
133. Observation-Based Estimates of Surface Cooling Inhibition by Heavy Rainfall under Tropical Cyclones / N. C. Jourdain [et al.] // Journal of Physical Oceanography. — 2013. — Vol. 43, № 1. — P. 205—221. — DOI: 10.1175/JPO-D-12-085.1.
134. Steffen, J. Upper-Ocean Response to Precipitation Forcing in an Ocean Model Hindcast of Hurricane Gonzalo / J. Steffen, M. Bourassa // Journal of Physical Oceanography. — 2020. — Vol. 50, № 11. — P. 3219—3234. — DOI: 10.1175/JPO-D-19-0277.1.
135. Impact of Rainfall on Tropical Cyclone-Induced Sea Surface Cooling / K. Balaguru [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2022. — Vol. 49, № 10. — DOI: 10.1029/2022GL098187.
136. Краус, Э. Моделирование и прогноз верхних слоев океана / Э. Краус. — Ленинград : Гидрометеоиздат, 1979. — 367 с.
137. Zilitinkevich, S. Modelling the Oceanic Upper Layer / S. Zilitinkevich, D. Chalikov, Y. Resnyansky // Oceanologica Acta. — 1979. — Vol. 2. — P. 219—240.

138. Kato, H. On the Penetration of a Turbulent Layer into Stratified Fluid / H. Kato, O. M. Phillips // Journal of Fluid Mechanics. — 1969. — Vol. 37, № 4. — P. 643—655. — DOI: 10.1017/S0022112069000784.
139. Emanuel, K. Contribution of Tropical Cyclones to Meridional Heat Transport by the Oceans / K. Emanuel // Journal of Geophysical Research: Atmospheres. — 2001. — Vol. 106, № D14. — P. 14771—14781. — DOI: 10.1029/2000JD900641.
140. A Description of the Advanced Research WRF Version 4 / W. C. Skamarock [et al.] // NCAR tech. note ncar/tn-556+ str. — 2019. — Vol. 145, № 10.5065.
141. Prediction of Landfalling Hurricanes with the Advanced Hurricane WRF Model / C. Davis [et al.] // Monthly Weather Review. — 2008. — Vol. 136, № 6. — P. 1990—2005. — DOI: 10.1175/2007MWR2085.1.
142. Remote Sensing Systems. GHRSST Level 4 MW\_IR\_OI Global Foundation Sea Surface Temperature Analysis Version 5.0 from REMSS / Remote Sensing Systems. — 2017. — DOI: 10.5067/GHMWI-4FR05.
143. Accurate Evaluation of Sea Surface Temperature Cooling Induced by Typhoons Based on Satellite Remote Sensing Observations / J. Li [et al.] // Water. — 2020. — Vol. 12, № 5. — P. 1413. — DOI: 10.3390/w12051413.
144. Estimating Typhoon-Induced Sea Surface Cooling Based upon Satellite Observations / D. Song [et al.] // Water. — 2020. — Vol. 12, № 11. — P. 3060. — DOI: 10.3390/w12113060.
145. Pan, J. Estimate of Ocean Mixed Layer Deepening after a Typhoon Passage over the South China Sea by Using Satellite Data / J. Pan, Y. Sun // Journal of Physical Oceanography. — 2013. — Vol. 43, № 3. — P. 498—506. — DOI: 10.1175/JPO-D-12-01.1.
146. Koohestani, K. Oceanic Response to Tropical Cyclone Gonu (2007) in the Gulf of Oman and the Northern Arabian Sea: Estimating Depth of the Mixed Layer Using Satellite SST and Climatological Data / K. Koohestani, M. N. Al-lahdadi, N. Chaichitehrani // Journal of Marine Science and Engineering. — 2021. — Vol. 9, № 11. — P. 1244. — DOI: 10.3390/jmse9111244.

147. Allahdadi, M. N. Numerical Experiments of Temperature Mixing and Post-Storm Re-Stratification over the Louisiana Shelf during Hurricane Katrina (2005) / M. N. Allahdadi, C. Li, N. Chaichitehrani // Journal of Marine Science and Engineering. — 2022. — Vol. 10, № 8. — P. 1082. — DOI: 10.3390/jmse10081082.
148. European Union-Copernicus Marine Service. Multi Observation Global Ocean 3D Temperature Salinity Height Geostrophic Current and MLD / European Union-Copernicus Marine Service. — 2020. — DOI: 10.48670/MOI-00052.
149. Haline Hurricane Wake in the Amazon/Orinoco Plume: AQUARIUS/SACD and SMOS Observations / S. A. Grodsky [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2012. — Vol. 39, № 20. — 2012GL053335. — DOI: 10.1029/2012GL053335.
150. Multisensor Observations of the Amazon-Orinoco River Plume Interactions with Hurricanes / N. Reul [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2014. — Vol. 119, № 12. — P. 8271—8295. — DOI: 10.1002/2014JC010107.
151. Yablonsky, R. M. Limitation of One-Dimensional Ocean Models for Coupled Hurricane–Ocean Model Forecasts / R. M. Yablonsky, I. Ginis // Monthly Weather Review. — 2009. — Vol. 137, № 12. — P. 4410—4419. — DOI: 10.1175/2009MWR2863.1.
152. Observed Ocean Surface Winds and Mixed Layer Currents Under Tropical Cyclones: Asymmetric Characteristics / S. Fan [et al.] // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2022. — Vol. 127, № 2. — e2021JC017991. — DOI: 10.1029/2021JC017991.
153. Numerical Investigation of an Oceanic Resonant Regime Induced by Hurricane Winds / G. Samson [et al.] // Ocean Dynamics. — 2009. — Vol. 59, № 4. — P. 565—586. — DOI: 10.1007/s10236-009-0203-8.
154. Linden, P. F. The Deepening of a Mixed Layer in a Stratified Fluid / P. F. Linden // Journal of Fluid Mechanics. — 1975. — Vol. 71, № 2. — P. 385—405. — DOI: 10.1017/S0022112075002637.
155. Kantha, L. H. On Turbulent Entrainment at a Stable Density Interface / L. H. Kantha, O. M. Phillips, R. S. Azad // Journal of Fluid Mechanics. — 1977. — Vol. 79, № 04. — P. 753. — DOI: 10.1017/S0022112077000433.

156. Kitaigorodskii, S. A. On the Theory of the Surface-Stress Induced Entrainment at a Buoyancy Interface (Toward Interpretation of KP and KPA Experiments) / S. A. Kitaigorodskii // Tellus A: Dynamic Meteorology and Oceanography. — 1981. — Vol. 33, № 1. — P. 89. — DOI: 10.3402/tellusa.v33i1.10697.
157. Гарнич, Н. О скорости заглубления квазиоднородного слоя / Н. Гарнич, С. Китайгородский // Изв. Акад. наук СССР, Физика атмосферы и океана. — 1977. — Т. 13, № 12. — С. 1287—1296.
158. Гарнич, Н. К теории заглубления верхнего квазиоднородного слоя в океане в результате процессов чисто ветрового перемешивания / Н. Гарнич, С. Китайгородский // Изв. Акад. наук СССР, Физика атмосферы и океана. — 1978. — Т. 14, № 10. — С. 1062—1073.
159. Bell, T. H. Radiation Damping of Inertial Sscillations in the Upper Ocean / T. H. Bell // Journal of Fluid Mechanics. — 1978. — Vol. 88, № 2. — P. 289—308. — DOI: 10.1017/S0022112078002116.
160. Greatbatch, R. J. On the Response of the Ocean to a Moving Storm: Parameters and Scales / R. J. Greatbatch // Journal of Physical Oceanography. — 1984. — Vol. 14, № 1. — P. 59—78. — DOI: 10.1175/1520-0485(1984)014<0059:OTROTO>2.0.CO;2.
161. Jelesnianski, C. P. SLOSH : Sea, Lake, and Overland Surges from Hurricanes : Technical report NWS / C. P. Jelesnianski, J. Chen, W. A. Shaffer ; NOAA. — 1992. — № 48.
162. Powell, M. D. Reduced Drag Coefficient for High Wind Speeds in Tropical Cyclones / M. D. Powell, P. J. Vickery, T. A. Reinhold // Nature. — 2003. — Vol. 422, № 6929. — P. 279—283. — DOI: 10.1038/nature01481.
163. Bottom-Up Determination of Air-Sea Momentum Exchange Under a Major Tropical Cyclone / E. Jarosz [et al.] // Science. — 2007. — Vol. 315, № 5819. — P. 1707—1709. — DOI: 10.1126/science.1136466.
164. Holthuijsen, L. H. Wind and Waves in Extreme Hurricanes / L. H. Holthuijsen, M. D. Powell, J. D. Pietrzak // Journal of Geophysical Research: Oceans. — 2012. — Vol. 117, № C9. — 2012JC007983. — DOI: 10.1029/2012JC007983.

165. Scaling of Drag Coefficients Under Five Tropical Cyclones / J.-Y. Hsu [et al.] // Geophysical Research Letters. — 2019. — Vol. 46, № 6. — P. 3349—3358. — DOI: 10.1029/2018GL081574.
166. Drag Coefficient and Its Sea State Dependence under Tropical Cyclones / X. Zhou [et al.] // Journal of Physical Oceanography. — 2022. — Vol. 52, № 7. — P. 1447—1470. — DOI: 10.1175/JPO-D-21-0246.1.
167. Cushman-Roisin, B. Introduction to Geophysical Fluid Dynamics: Physical and Numerical Aspects / B. Cushman-Roisin, J. Beckers. — Academic Press, 2011. — 813 p. — (International Geophysics).
168. Upper Ocean Response to Tropical Cyclones from Observations and Modelling / P. Pivaev [et al.] // IGARSS 2022 - 2022 IEEE International Geoscience and Remote Sensing Symposium. — 2022. — P. 6899—6902. — DOI: 10.1109/IGARSS46834.2022.9884843.

## ПРИЛОЖЕНИЕ А

### Выражения для коэффициентов в собственных функциях вертикальной скорости для трёхслойной модели

Безразмерные коэффициенты в (1.26) даются следующими формулами

$$\begin{aligned} a_{1n} &= - \left( \frac{2}{\Sigma_n} \right) \frac{\cos(\Sigma_n + \varphi_n) - r \cos(\delta_n - \varphi_n)}{\cos(\Sigma_n + \varphi_n)(1 + \Phi_{\Sigma n}) - r(\delta_n/\Sigma_n) \cos(\delta_n - \varphi_n)(1 - \Phi_{\delta n})}, \\ a_{2n} &= - \left( \frac{2}{\Sigma_n} \right) \frac{2N_1/(N_1 - N_2)}{\cos(\Sigma_n + \varphi_n)(1 + \Phi_{\Sigma n}) - r(\delta_n/\Sigma_n) \cos(\delta_n - \varphi_n)(1 - \Phi_{\delta n})}, \end{aligned} \quad (\text{A.1})$$

где  $\Phi_{\Sigma n} = \partial \varphi_n / \partial \Sigma_n = c_n \sin^2(\varphi_n) / (N_2(H - d_2)\Sigma_n)$ ;

$\Phi_{\delta n} = \partial \varphi_n / \partial \delta_n = c_n \sin^2(\varphi_n) / (N_2(H - d_2)\delta_n)$ ;

$r = (N_1 - N_2)/(N_1 + N_2)$ .

Величины  $\Sigma_n = \Sigma(c_n)$ ,  $\delta_n = \delta(c_n)$ ,  $\varphi_n = \varphi(c_n)$  определяются значениями следующих функций при  $c = c_n$

$$\Sigma(c) = \frac{N_1 d_1}{c} + \frac{N_2(d_2 - d_1)}{c}, \quad (\text{A.2})$$

$$\delta(c) = \frac{N_1 d_1}{c} - \frac{N_2(d_2 - d_1)}{c}, \quad (\text{A.3})$$

$$\varphi(c) = \arcsin \frac{N_2(H - d_2)/c}{\sqrt{1 + [N_2(H - d_2)/c]^2}}. \quad (\text{A.4})$$

Формулы для безразмерных коэффициентов  $a_{1n}$  и  $a_{2n}$  были модифицированы для более точного описания влияния конечной глубины на форму  $\hat{h}_n(z)$  (в работе [59] дополнительно использовалось приближение глубокого океана, для получения которого следует положить  $\varphi_n = \pi/2$ ).

Значения постоянных разделения переменных  $c_n$  определяются как корни трансцендентного уравнения ( $c_n$  убывают с увеличением номера моды  $n$ )

$$\sin(\Sigma(c) + \varphi(c)) - r \sin(\delta(c) - \varphi(c)) = 0. \quad (\text{A.5})$$

## ПРИЛОЖЕНИЕ Б

### Сравнение аналитических и численных вертикальных мод

При расчёте собственных функций вертикальной скорости для произвольных профилей  $N(z)$  методом, предложенным в работе [70], собственные числа  $c_n$  и аномалии ВПО  $\langle \eta^{(n)} \rangle$  несколько отличаются от тех, которые получаются при использовании трёхслойной аппроксимации океана [59].

Собственные числа первой и второй бароклиновых мод практически не меняются, однако,  $c_3$  увеличивается в среднем почти на 25 процентов (рис. Б.1, а, б, в). Чем выше номер моды, тем заметнее оказываются изменения в аномалиях ВПО (рис. Б.1, г, д, е). Величина опускания поверхности океана немного ослабевает для первой моды и значительно ослабевает для третьей. В случае второй моды в среднем происходит усиление аномалии ВПО, однако, есть немалое число положений ТЦ, в которых эта мода скорее не меняется или даже усиливается (ширина распределения на рис. Б.1, д велика). Ситуация с аномалиями ВПО третьей моды полностью противоположная.

Отмеченные изменения можно считать незначительными для общей картины соотношения между аномалиями ВПО разных мод. Смещения поверхности, связанные со второй бароклиновой модой, в большинстве случаев по-прежнему не превышают смещений от первой моды (рис. Б.2, а), в то время как вклад третьей моды в аномалию ВПО, полученную по суперпозиции первых двух мод, остаётся малым (рис. Б.2, б). Несмотря на это, при использовании реальных профилей  $N(z)$  для получения собственных функций вклад второй моды всё-таки немного увеличивается (медианное значение на рис. Б.2, а возросло почти в полтора раза), а вклад третьей моды в соответствующую аномалию ВПО немного ослабевает (на рис. Б.2, б число случаев, в которых вклад третьей моды не превышает 20%, заметно увеличилось).

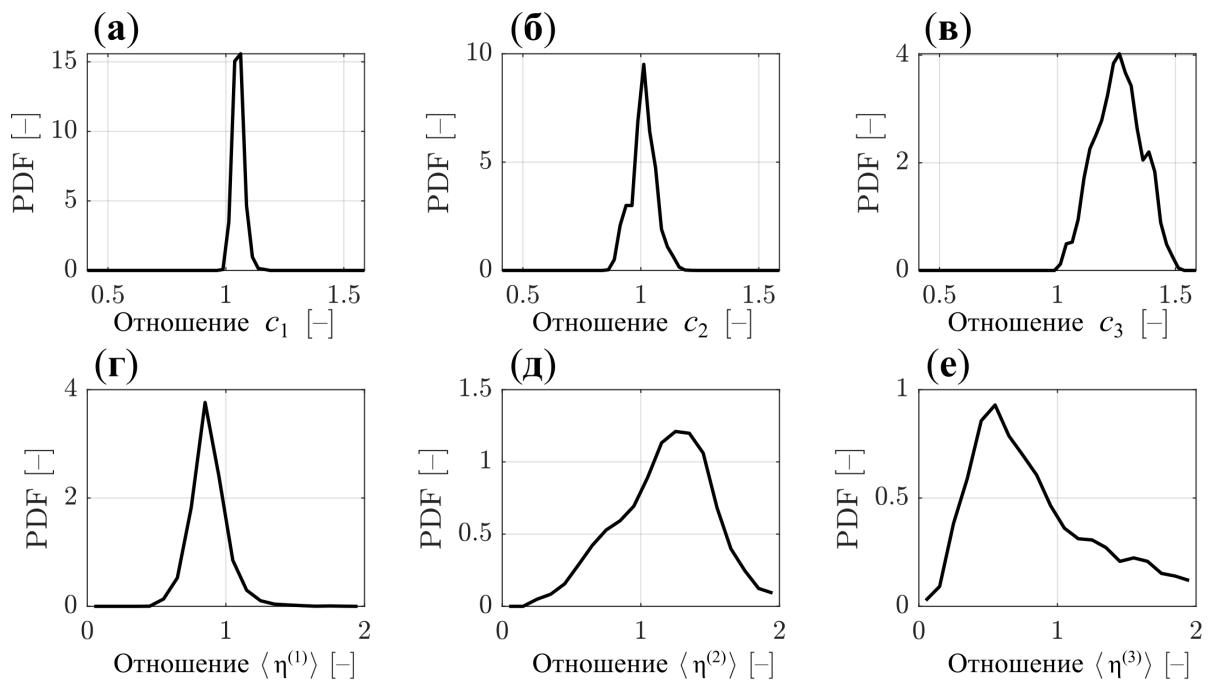
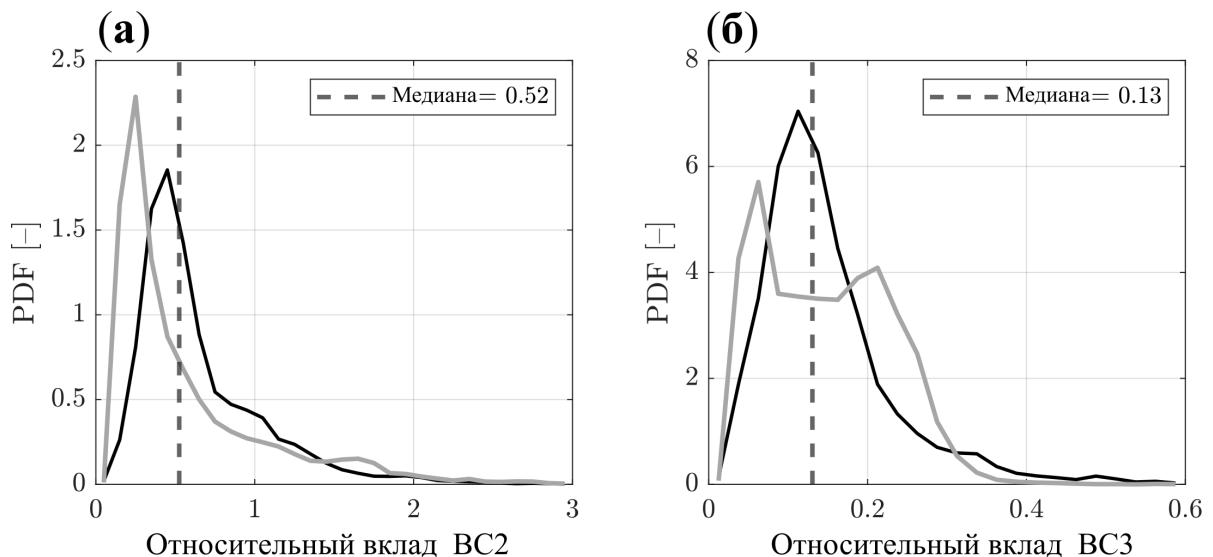


Рисунок Б.1 — Функции плотности вероятности (PDF) для отношения собственных чисел задачи (1.8), решённой численно с учётом произвольных профилей  $N(z)$  и аналитически в приближении трёхслойного океана, для первых трёх бароклинических мод (а, б, в); то же, но для отношения аномалии ВПО (г, д, е)



Вертикальная штриховая линия показывает медианы. Серые линии — функции плотности вероятности для гистограмм из рис. 1.15. Чтобы соответствовать рис. 1.15, в функции плотности вероятности были включены положения ТЦ, в которых глубина океана меньше 2 км

Рисунок Б.2 — Функция плотности вероятности для  $\langle \eta^{(2)} \rangle / \langle \eta^{(1)} \rangle$  (а) и  $\langle \eta^{(3)} \rangle / \langle \eta^{(1)} + \eta^{(2)} \rangle$  (б), рассчитанных с учётом произвольных профилей  $N(z)$  (чёрные линии)

## ПРИЛОЖЕНИЕ В

### Влияние апвеллинга на оценку толщины ПС и частоты плавучести

Связь толщины  $h$ , являющейся решением уравнения (3.13), в котором используется невозмущенный апвеллингом профиль температуры  $T_0(z)$ , с толщиной  $h_u$ , найденной из этого же уравнения, но при использовании возмущенного апвеллингом профиля  $T_u(z)$ , можно установить на основании того, что средняя температура ПС, измеряемая спутником (она, напомним, отождествляется с ТПО после прохождения ТЦ), одна и та же вне зависимости от того, возмущен ли профиль температуры апвеллингом или нет (см. рис. 4.1)

$$\frac{1}{h} \int_{-h}^0 T_0(z) dz = \frac{1}{h_u} \int_{-h_u}^0 T_u(z) dz. \quad (\text{B.1})$$

В предположении малости относительного вертикального смещения изотерм  $\Delta$  и его независимости от глубины в верхнем слое океана выразим возмущенный профиль  $T_u$  через невозмущенный разложением в ряд

$$T_u(z) = T_0(z) + \frac{dT_0(z)}{dz} \Delta z. \quad (\text{B.2})$$

Далее, разбивая область интегрирования в интеграле в правой части (B.1), последний можем записать в виде

$$\int_{-h}^0 T_u dz = \int_{-h}^0 T_0 dz + \Delta \int_{-h}^0 z \frac{dT_0}{dz} dz - \int_{-h}^{-h_u} T_0 dz - \Delta \int_{-h}^{-h_u} z \frac{dT_0}{dz} dz. \quad (\text{B.3})$$

Введем следующие обозначения

$$\Gamma = \frac{dT_0(-h)}{dz}, \quad \Gamma_{\text{eff}} = -\frac{2}{h^2} \int_{-h}^0 z \frac{dT_0}{dz} dz. \quad (\text{B.4})$$

В этих обозначениях предпоследний интеграл в (B.3), взятый по частям в предположении о линейности профиля температуры между глубинами  $h_u$  и  $h$ ,

т.е.  $T_0(-h_u) = T_0(-h) + (h - h_u)dT_0(-h)/dz$ , запишется в виде

$$\int_{-h}^{-h_u} T_0 dz = -h_u [T_0(-h) + \Gamma(h - h_u)] + h T_0(-h) - \frac{1}{2} \Gamma (h_u^2 - h^2). \quad (\text{B.5})$$

Последний интеграл в (B.3) имеет более простой вид, который получается в предположении постоянства градиента температуры между глубинами  $h_u$  и  $h$

$$\int_{-h}^{-h_u} z \frac{dT_0}{dz} = \frac{1}{2} \Gamma (h_u^2 - h^2). \quad (\text{B.6})$$

Также перепишем интеграл в левой части (B.1), который также встречается и в правой части (B.3), взятый по частям

$$\int_{-h}^0 T_0 dz = h T_0(-h) + \frac{1}{2} h^2 \Gamma_{\text{eff}}. \quad (\text{B.7})$$

Подставляя (B.7) в (B.3) и (B.1), а также (B.5), (B.6) в (B.1), произведя сокращения и перегруппировку слагаемых, получаем квадратное уравнение для отношения  $h_u/h$

$$\left(\frac{h_u}{h}\right)^2 [-(1 + \Delta)\Gamma] + \frac{h_u}{h} [2\Gamma - \Gamma_{\text{eff}}] + (1 - \Delta)[\Gamma_{\text{eff}} - \Gamma] = 0. \quad (\text{B.8})$$

Решение, имеющий физический смысл, дается выражением

$$\frac{h_u}{h} = \frac{2\Gamma - \Gamma_{\text{eff}}}{(1 + \Delta)2\Gamma} \left[ 1 + \sqrt{1 + (1 - \Delta^2) \frac{4\Gamma(\Gamma_{\text{eff}} - \Gamma)}{(2\Gamma - \Gamma_{\text{eff}})^2}} \right]. \quad (\text{B.9})$$

Пренебрегая  $\Delta^2$  по сравнению с единицей, получаем упрощённое соотношение между  $h$  и  $h_u$ , которое используется в основном тексте

$$\frac{h}{h_u} = 1 + \Delta. \quad (\text{B.10})$$

Теперь рассмотрим влияние апвеллинга на значение частоты плавучести. Связь между эффективной частотой плавучести (4.6), вычисленной на уровне  $z = -h$  по невозмущенному апвеллингом профилю плотности  $\rho_0(z)$ ,

с эффективной частотой, вычисленной на  $z = -h_u$  по возмущенному профилю плотности  $\rho_u(z)$ , также можно установить, полагая плотность пропорциональной температуре. Анализ показывает, что при учете кривизны невозмущенного профиля плотности ( $dN^2/dz \neq 0$ ) возникают слагаемые пропорциональные  $\Delta$ , которые необходимо учесть, поскольку мы работаем с точностью до членов пропорциональных  $\Delta^2$ .

Если предположить, что вертикальные градиенты температуры и плотности пропорциональны друг другу, выражение (B.2) позволяет связать квадрат локальной частоты плавучести возмущенного профиля  $N_u^2(z)$  с невозмущенным профилем квадрата частоты  $N^2(z)$ . Эта связь имеет вид

$$N_u^2(z) = (1 + \Delta)N^2(z) + \Delta z \frac{dN^2(z)}{dz}. \quad (\text{B.11})$$

Задача всех последующих аналитических манипуляций заключается в выражении неизвестной  $N_{\text{ueff}}^2(-h)$  через известный невозмущенный апвеллингом профиль  $N^2$  и отношение  $h/h_u$ , которое можно считать известным благодаря найденному выше выражению (B.10).

Распишем выражение для эффективной частоты, рассчитанной по возмущенному профилю плотности, с учетом (B.11)

$$\begin{aligned} N_{\text{ueff}}^2(-h_u) &= -\frac{2}{h_u^2} \int_{-h_u}^0 z N_u^2 dz = -\frac{2}{h_u^2} \left[ \int_{-h}^0 z N_u^2 dz - \int_{-h}^{-h_u} z N_u^2 dz \right] = \\ &= -(1 + \Delta) \frac{2}{h_u^2} \left[ \int_{-h}^0 z N^2 dz - \int_{-h}^{-h_u} z N^2 dz \right] - \\ &\quad - \Delta \frac{2}{h_u} \left[ \int_{-h}^0 z^2 \frac{dN^2}{dz} dz - \int_{-h}^{-h_u} z^2 \frac{dN^2}{dz} dz \right] = \\ &= -(1 + \Delta) \frac{2}{h_u^2} \left[ -\frac{1}{2} h^2 N_{\text{eff}}^2(-h) - A \right] - \Delta \frac{2}{h_u} [B - C]. \end{aligned} \quad (\text{B.12})$$

Для записи последнего равенства мы воспользовались определением эффективной частоты плавучести (4.6). Рассмотрим каждое из слагаемых, обозначенных латинскими буквами отдельно.

Слагаемое  $A$  в (B.12) в предположении, что профиль частоты плавучести меняется линейно между глубинами  $z = -h$  и  $z = -h_u$  (т.е.  $dN^2(-h_u)/dz =$

$dN^2(-h)/dz)$ , с помощью интегрирования по частям записется в виде

$$A = \int_{-h}^{-h_u} z N^2 dz = -\frac{1}{2} h^2 N^2(-h) \left( 1 - \frac{h_u^2}{h^2} \right) + \frac{1}{2} h^3 \frac{dN^2(-h)}{dz} \left[ \frac{h_u^2}{h^2} \left( 1 - \frac{h_u}{h} \right) + \frac{1}{3} \left( \frac{h_u^3}{h^3} - 1 \right) \right]. \quad (\text{B.13})$$

Слагаемое  $B$  в (B.12) также можно преобразовать, беря по частям соответствующий этому слагаемому интеграл, считая, что  $dN^2(-h_u)/dz = dN^2(-h)/dz$ , и используя определения эффективной частоты плавучести (4.6)

$$B = \int_{-h}^0 z^2 \frac{dN^2}{dz} dz = -h^2 N^2(-h) + h^2 N_{\text{eff}}^2(-h). \quad (\text{B.14})$$

Слагаемое  $C$  в (B.12), в предположении постоянства градиента частоты плавучести между глубинами  $z = -h$  и  $z = -h_u$ , преобразуется к виду

$$C = \int_{-h}^{-h_u} z^2 \frac{dN^2}{dz} = \frac{1}{3} h^3 \frac{dN^2(-h)}{dz} \left( 1 - \frac{h_u^3}{h^3} \right). \quad (\text{B.15})$$

Проанализируем порядок членов в  $A$ ,  $B$  и  $C$ , учитывая, что выполняется (B.10), и что все множители, несущие размерность, имеют один порядок, скажем,  $h_*^2 N_*^2$ , где  $h_*$  — характерное значение толщины ПС и  $N_*$  — характерное значение частоты плавучести. Низший порядок первого члена в  $A$  равен  $(2\Delta)h_*^2 N_*^2$ , а второго члена  $(-\Delta^2)h_*^2 N_*^2$ , что означает возможность пренебрежения вторым членом в  $A$  по сравнению с первым. Оба члена в  $B$  имеют порядок  $h_*^2 N_*^2$ , поэтому ими пренебрегать нельзя. Слагаемое  $C$  имеет низший порядок  $(3\Delta)h_*^2 N_*^2$ , однако, поскольку  $C$  умножается на  $\Delta$  в (B.12), этим слагаемым можно пренебречь по сравнению с  $B$ .

Запишем последнее равенство в (B.12) с учетом сделанных упрощений

$$N_{\text{eff}}^2(-h_u) = -(1 + \Delta) \frac{2}{h_u^2} \left[ -\frac{1}{2} h^2 N_{\text{eff}}^2(-h) + \Delta h^2 N^2(-h) \right] - \Delta \frac{2}{h_u} \left[ -h^2 N^2(-h) + h^2 N_{\text{eff}}^2(-h) \right]. \quad (\text{B.16})$$

Теперь, если пренебречь  $\Delta h^2 N^2(-h)$ , которое умножается на  $\Delta$  (в виду возникающего высокого порядка  $h_*^2 N_*^2 \Delta^2$ ), воспользоваться  $h_u = h/(1 + \Delta)$ , разложить в ряд возникающие множители  $(1 + \Delta)^2$  и  $(1 + \Delta)^3$  и отбросить члены пропорциональные  $\Delta^n$ , где  $n > 1$ , можно получить искомую связь между  $N_{u\text{eff}}^2(-h_u)$  и  $N_{\text{eff}}^2(-h)$ , которая имеет довольно простой вид

$$N_{u\text{eff}}^2(-h_u) = N_{\text{eff}}^2(-h)(1 + \Delta). \quad (\text{B.17})$$

Эта связь используется для получения множителя, отражающего влияние апвеллинга на толщину ПС в основном тексте.